



Coğrafi Bilgi Sistemlerine Giriş

Ünite 3 - Coğrafi Konumlandırma

İçerik

- Giriş
- Yerkürenin matematiksel modeli
- Yerküre üzerinde haritalanacak bölgenin matematiksel modeli (datum)

GİRİŞ

Yeryüzündeki bir mekanın ve ayrıntılarının

- düz bir yüzey üzerinde
- belli bir ölçekle
- sembollerle
- bir referans sisteme

göre ifade edilmesine harita, bu bilime de **kartoğrafya** denir.

GİRİŞ



Bir başka deyişle eğri yeryüzü şeklinin düz harita yüzeyi olarak ifade edilmesi ile haritalar elde edilir. Haritaların elde edilmesi için gerekli üç temel parametre vardır:

- Yerküre yüzeyinin matematiksel modeli (küremsi/elipsoid/geoid)
- Yerküre üzeride haritalanacak bölgenin matematiksel modeli (Datum)
- Projeksiyon sistemi

GİRİŞ

Bir haritada yer alan detaylar:

- **yatay**
 - coğrafi (enlem (φ), boylam(λ)),
 - projeksiyon (UTM) (Sağa, Yukarı)

ve

- **düşey (yükseklik)**

koordinatlarla tanımlanır.

GİRİŞ



Yatay ve düşey koordinatlandırma için şunlar gereklidir:

- Yerküre yüzeyinin matematiksel modeli (küremsi/ elipsoid/geoid)
- Yerküre üzerinde haritalanacak bölgenin matematiksel modeli (Datum)
- Projeksiyon sistemi

Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

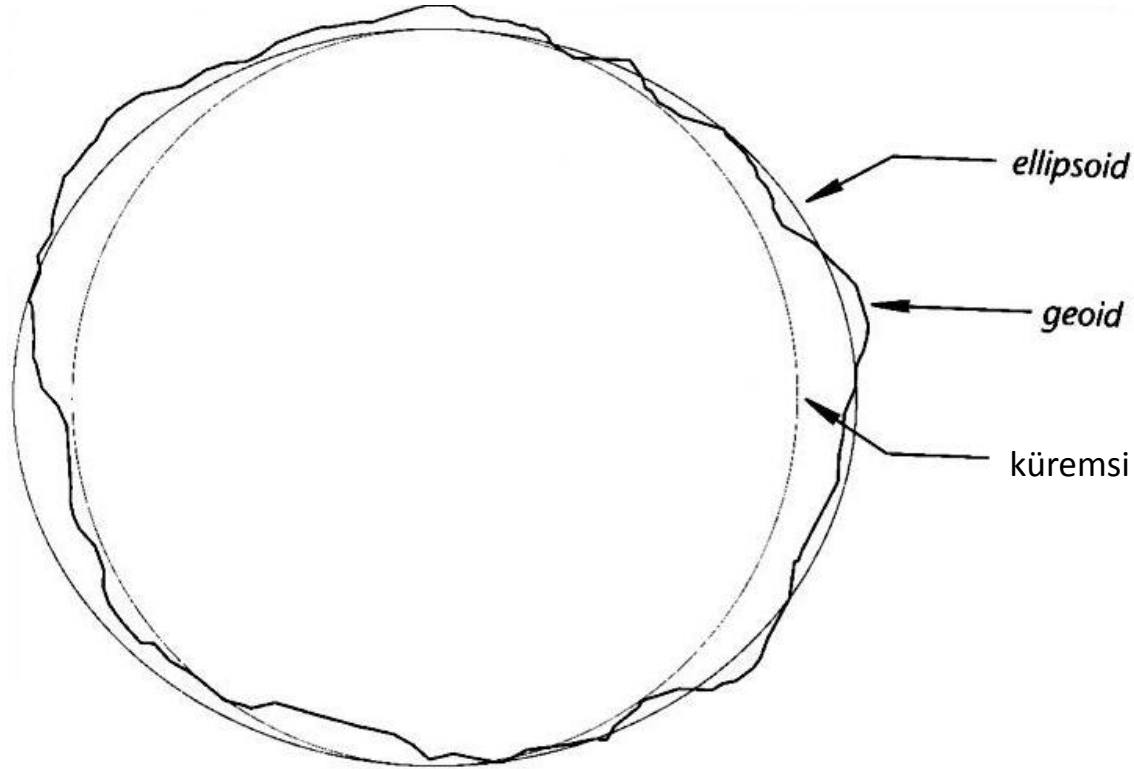


Yerkürenin yüzeyi üç farklı matematiksel modelle belirlenebilir:

- Küremsi (spheroid)
- Kutuplardan basık elipsoid (oblate ellipsoid)
- Geoid (gravite modelleri)

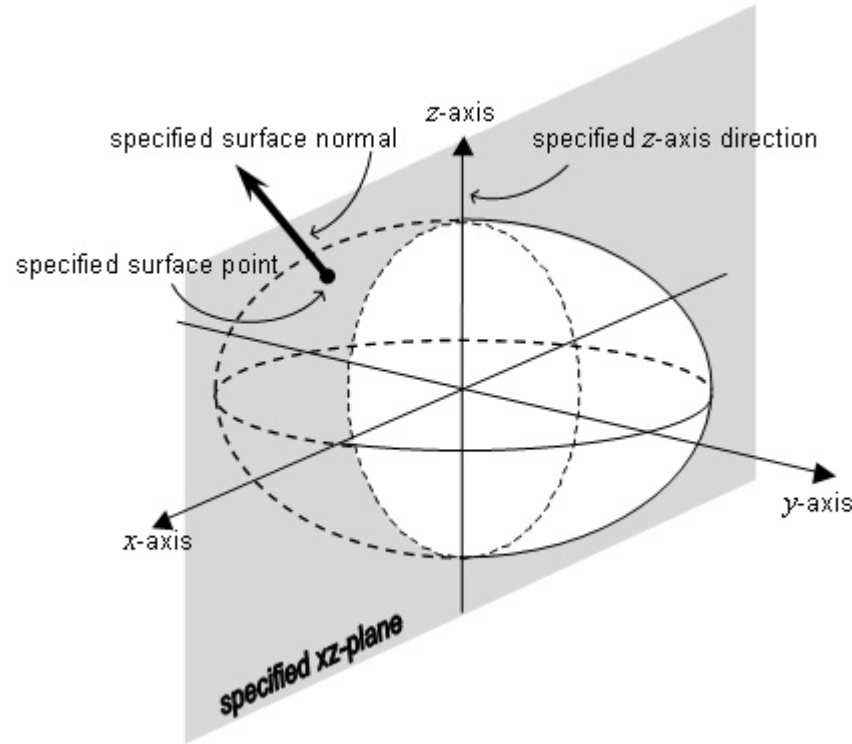
Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

Küremsi (spheroid): Her iki eksenini de eşit olan elipsoid yüzeyine denir. Küremsi tam küre olmayan demektir. Yerkürenin ekvator çapı 12756 km iken kuzey kutbundan güney kutbuna olan yarıçapı ise 12714 km.'dir.



Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

Kutuplardan Basık Elipsoid (oblate ellipsoid): Kutup bölgesinde düzleşme olan elipsoid yüzeyidir. Düzleşme düzeyine göre elipsoidin şekli değişir.



Kaynak: http://standards.iso.org/ittf/PubliclyAvailableStandards/C030811e_FILES/MAIN_C030811e/text/ISOIEC_18026E_RD_ORM.HTM

Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

- Yerküre yüzeyi simetrik değildir. Bu nedenle bir coğrafi bölgeye uyan elipsoid başka bir coğrafi bölgeye uymayabilir. Dolayısı ile dünya üstündeki farklı coğrafi alanlar için farklı elipsoid modelleri geliştirilmiştir.
- Bu farklılıkları göz ardı edip tüm yerküre için aynı elipsoidin kullanılması kilometrelere varan hatalara yol açabilir.

En sık kullanılan elipsoidler:

- **GRS80 (North America)**
- Clark 1866 (North America)
- WGS84 (GPS World-wide)
- International 1924 (Europe)
- Bessel 1841 (Europe)

Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

Geoid (Yunanca yerküre şekli)

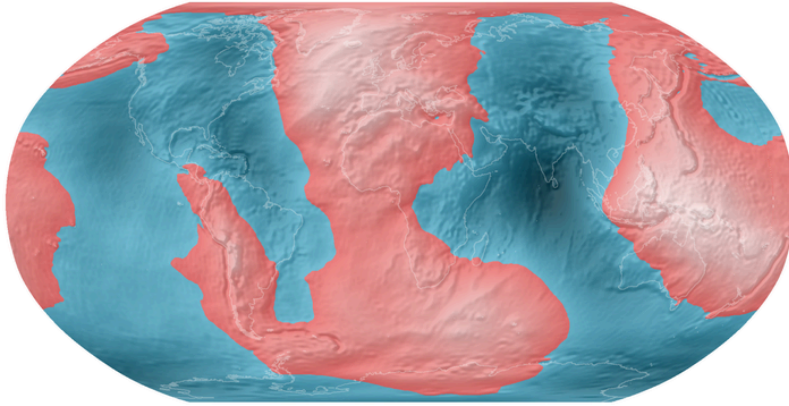
- ❖ Belli bir kütlenin üstündeki tüm uzay cisimleri gibi yerküre çekim ve potansiyel enerjinin mimimumda olduğu küre şekline benzese de kendi etrafındaki hızlı dönüşü nedeni ile kutuplardan basık ekvatorndan şişkin bir şekildedir.
- ❖ Ortalama olarak yerküredeki bir yüzey, her noktada yerçekimi kuvvetine dik olarak yer almaktadır ve bu da karaların yüzey şekillerini belirler. Ancak yerküredeki kıtaların dağılımı ve birim ağırlığı aynı olmadığından yerküredeki kütle konsantrasyonu homojen değildir. Bu nedenle yerküre yüzeyi düz değil ve şekli de karmaşıktır.

Yerküre Yüzeyinin Matematiksel Modeli

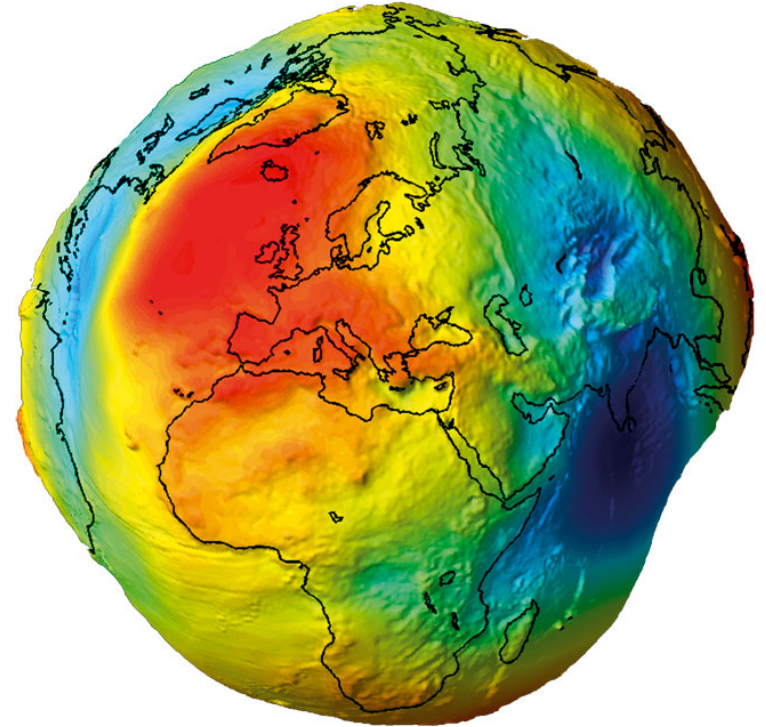
Geoid (Yunanca yerküre şekli)

- ❖ Geoid Eşpotansiyel yüzey demektir. Eşpotansiyel yüzey teorik olarak ortalama okyanus yüzeyi ile örtüşmektedir ve ilk defa [C.F. Gauss](#) tarafından tanımlanmıştır. Geoid modeli için yerküre yüzeyinde yerçekimi ölçümleri yapılarak yerçekiminin dağılımı modellenir.

Deviation of the Geoid from the idealized figure of the Earth
(difference between the EGM96 geoid and the WGS84 reference ellipsoid)



Red areas are above the idealized ellipsoid; blue areas are below.



[http://en.wikipedia.org/wiki/
File:Geoid_height_red_blue.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Geoid_height_red_blue.png)

www.acikders.org.tr

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Haritalanacak her yeryüzü alanı için tanımlanan referans elipsoidin parametre setine **datum** denir.

Bir başka deyişle yeryüzündeki noktaların tanımlanabilmesi amacıyla kullanılan referans koordinat sistemi için kabul edilen başlangıca **datum** adı verilir (Demirkol ve ark.)

Referans elipsoidin tanımlanması için öncelikle koordinat sistemlerinin belirlenmesi gerekir.

Koordinat sistemleri koordinat eksenlerinin dünya üzerinde bir noktaya sabitlenmesi ile elde edilir. Bu sabit noktalar dünya üzerinde doğal olarak bulunan noktalar (**doğal koordinat sistemi**) olabileceği gibi sonradan yapay olarak da oluşturulabilirler (**model koordinat sistemleri**).

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Doğal Koordinat Sistemi

Gök cisimlerinin çekim etkileri nedeni ile dünyanın dönme eksenini sabit değildir. Bir koordinat sistemi oluşturmak amacı ile dünyanın 1900 – 1905 yılları arasındaki dönme ekseninin ortalaması bütün dünya için başlangıç kabul edilerek bir referans noktası tanımlanmıştır.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

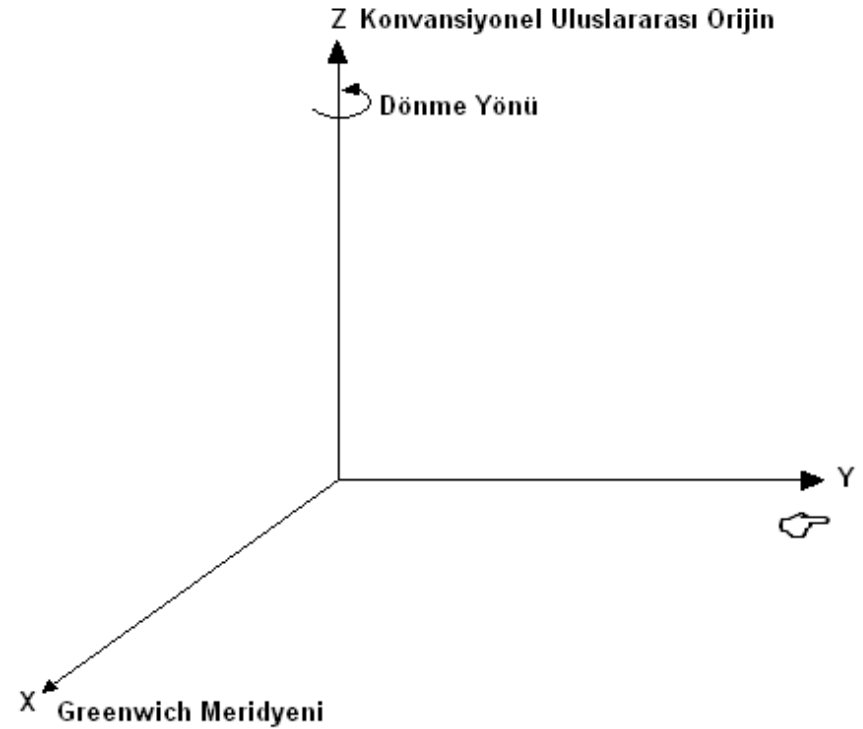
Doğal Koordinat Sistemi

Doğal Koordinat Sistemi
Eksenleri

Z eksenini Konvansiyonel Uluslararası Orijinden [CIO, Conventional International Origin).

X eksenini Greenwich ortalama astronomik meridyeninden geçer.

Y eksenini ise bunlara dik **sağ el** sistemidir.



Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

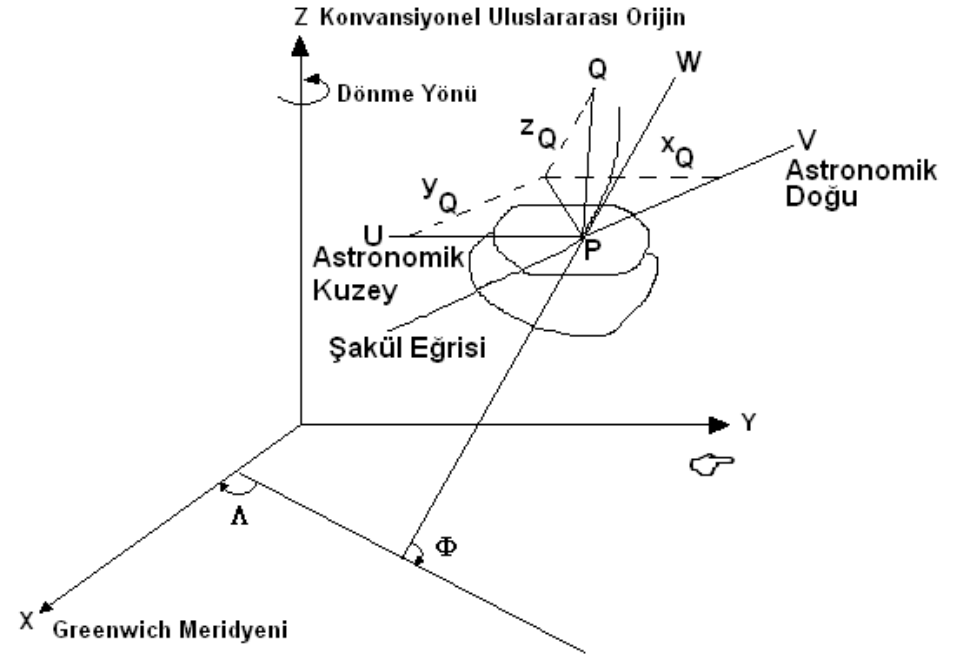
Doğal Koordinat Sistemi

P noktasının koordinatları:

Φ : Coğrafi enlem [P'deki düşey (şakül eğrisinin doğrultusu ile ekvator düzlemi arasındaki açı]

Λ : Coğrafi Boylam [P'den geçen ve yerin dönme eksenine paralel olan bir doğru ile P'deki düşey eksen (P'nin boylam/meridyen düzlemini) ile ortalama Greenwich astronomik meridyeni arasındaki açı] .

W : Yükseklik [P'nin H ortometrik (jeoide göre) yüksekliğidir]



(Demirkol ve ark. 2006)

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Astronomik enlem ve boylamının belirlenmesi oldukça uzun zaman alan bir işlem olduğundan **Model Koordinat Sistemleri (Datumlar)** kullanılmaktadır.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

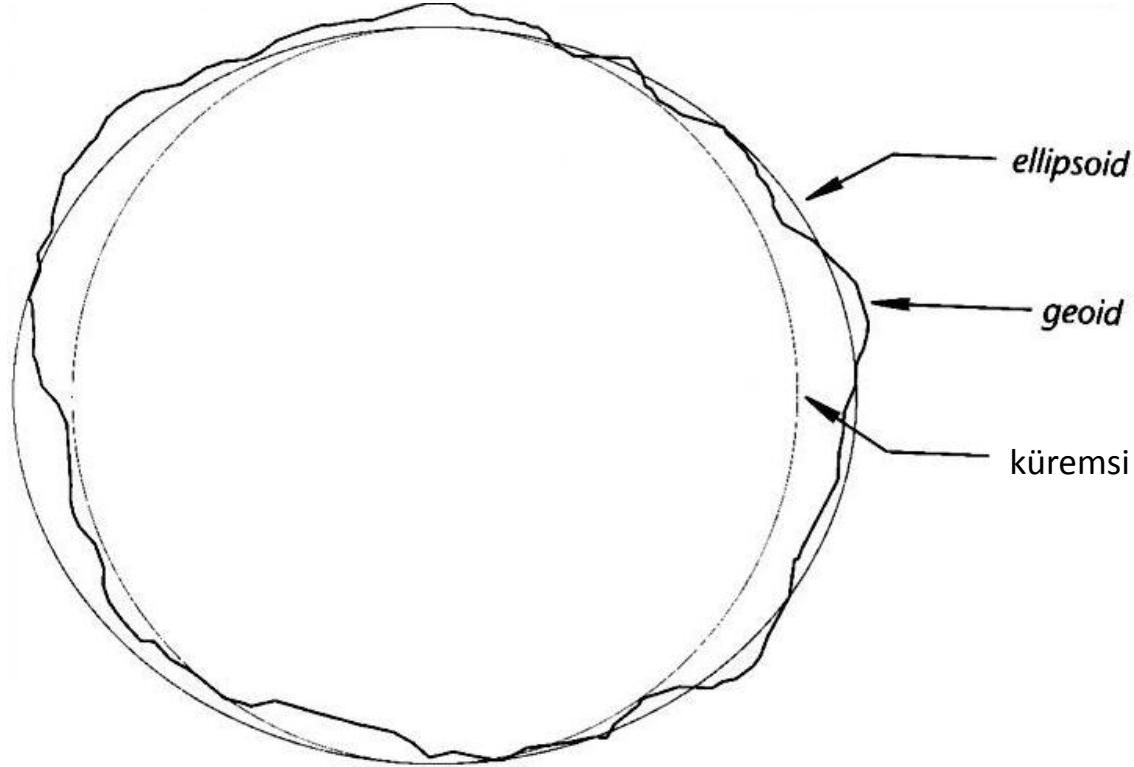


Bir datum belirlenmesi için referans elipsoidin parametre setinin belirlenmesi gerekir.

Parametre seti elipsoidin eksenleri ve yerkürenin merkezinden sapma miktarını gösteren parametrelerden oluşur.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Yeryüzünde yapılan ölçümler geoid yüzeyinin gerçek ölçümleridir. Ancak yerküre yüzeyine oturtulan elipsoid ise matematiksel modeldir. Dolayısı ile ölçümlerin seçilen elipsoide göre tekrar hesaplanması gerekir.



Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Yatay ve düşey koordinatlar için ayrı datumlar kullanılır ve sırası ile **yatay datum** ve **düşey datum** olarak adlandırılırlar

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Yatay Datum

Bir yatay datumun tanımlanması için dört temel şartın tamamının ya da bir kısmının sağlanması gerekir:

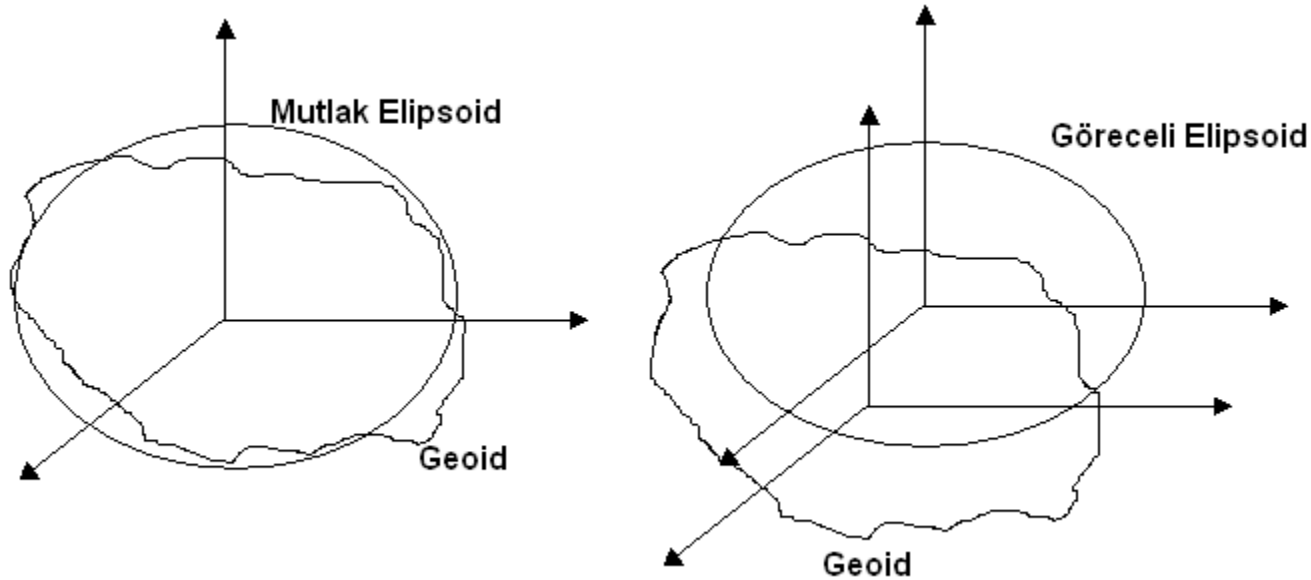
1. Matematiksel yüzey modeli: Yerin gerçek şekline en yakın geometrik şekil (elipsoid)
2. Fiziksel model I: Matematiksel modeli oluşturulan elipsoidin kütlelerinin yerin kütlelerine eşit olması
3. Fiziksel model II: Matematiksel modeli oluşturulan elipsoidin dönme ekseninin yerin dönme eksenine ile çakışması
4. Geometrik model: Matematiksel modeli oluşturulan elipsoidin ağırlık merkezinin yerin ağırlık merkezi ile çakışması

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Yatay Datum

İki temel yatay datum tipi vardır:

1. Mutlak datum (dört temel datum koşulunun da sağlanması)
2. Göreceli datum (dört temel koşuldan fiziksel Model II'nin sağlanmaması ve diğer koşulların sağlanması yani dönme ekseninin tam çakışmayıp paralel olma durumu)

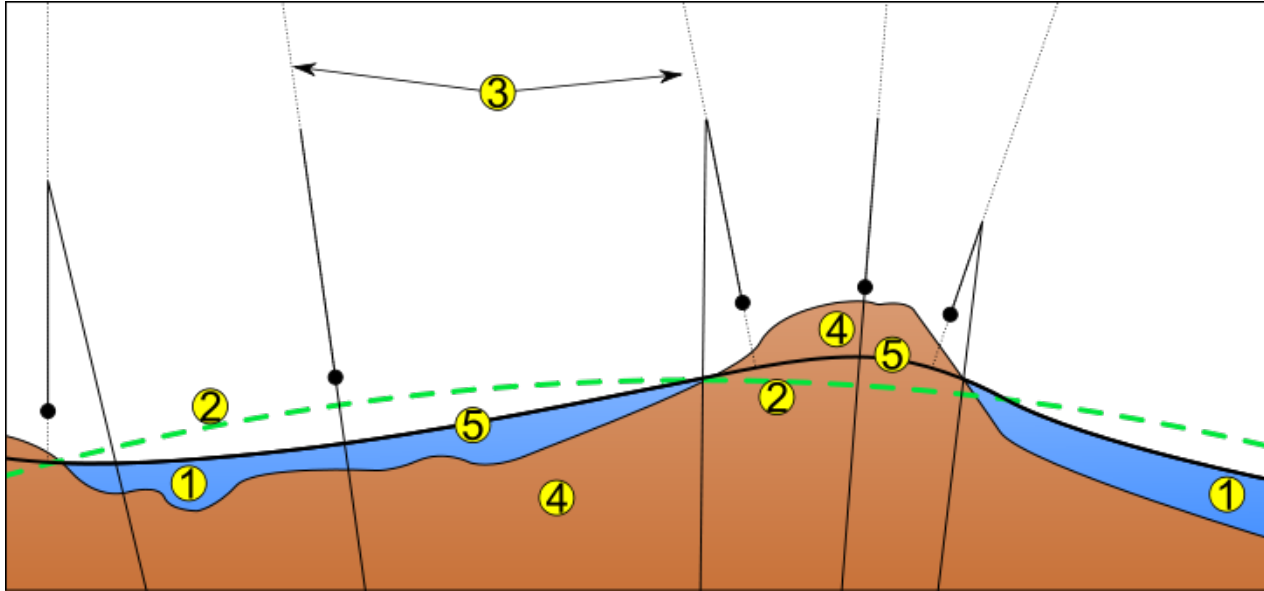


Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Düşey Datum

Ortalama deniz seviyesi düşey datumu oluşturur. Yerüüzündeki yükseltler haritalanacak bölge için oluşturulan ortalama deniz seviyesine bağlı olarak bulunur. Ülkemiz haritalarında kullanılan düşey datum; ANTALYA'da 1936 yılında kurulmuş olan deniz seviyesi ölçme (mareograf) istasyonunda 1936-1970 yılları arasında yapılan ölçülerin ortalaması ile belirlenmiştir (Demirkol ve ark.)

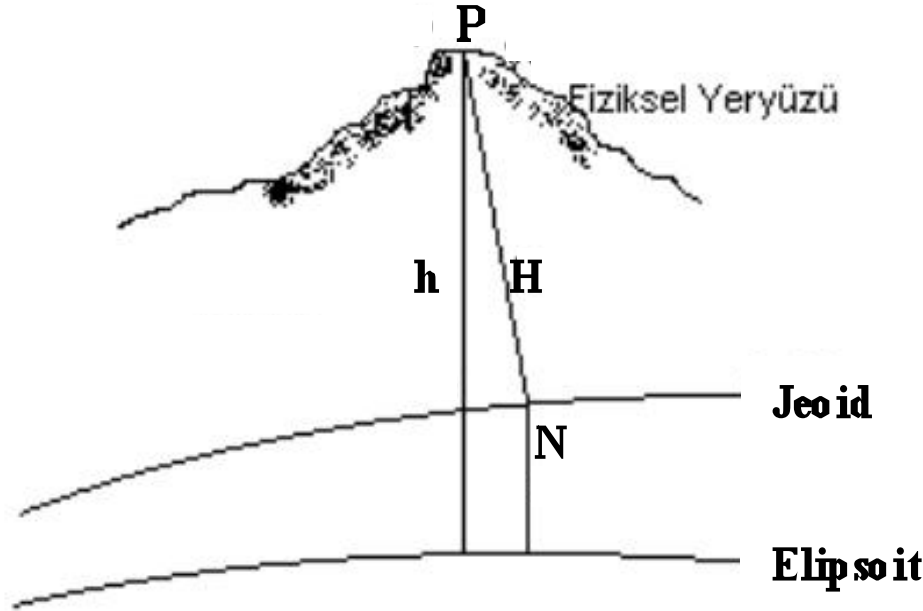
http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/bildiriler/jeodezi/makale%28pdf%29/jeo_tek_bil6.pdf



1. Okyanus
2. Elipsoid
3. Yerel şekül
4. Kıta
5. Geoid

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Farklı datumlar haritalanacak yeryüzü bölümüne bağlı olarak geoide göre değişik elipsoid oriyantasyonları (**referans elipsoid**) kullanırlar. Amaç seçilen elipsoide göre en doğru koordinatlama yapmaktır.

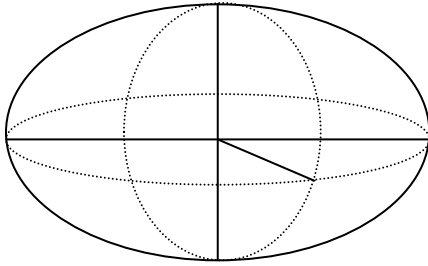


(Demirkol ve ark. 2006)

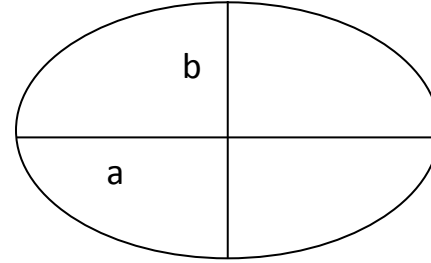
Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Referans Elipsoid

Elipsoid bir yüzeydir ve bir elipsin küçük eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşur. Dolayısıyla elipsoidin büyüklüğü kullanılan elipsin parametrelerine bağlıdır. Elipsoidin dönme ekseninden geçen düzlem ile elipsoidin arakesiti yine bir elipstir ve buna meridyen elipsi adı verilir. Meridyen elipsi a ve b yarı eksenleri ile belirlidir.



Elipsoid (dönel)



Meridyen elipsoidi

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Referans Elipsoid

Bir elipsoid iki yarı eksenine bağlı olarak aşağıdaki parametreler elde edilebilir:

1. Elipsoid basıklığı (f) $f = \frac{a-b}{a}$

2. 1. Eksentrisite (e^2) $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

3. 2. Eksentrisite (e'^2) $e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

Bir parametre çiftinin bilinmesi diğerlerinin elde edilmesi için yeterlidir:

$$e^2 = f(2 - f) \quad b = a(1 - f)$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Referans Elipsoid

Bir göreceli elipsoid olan Hayford elipsoidi 1924'de Uluslararası Jeodezi ve Jeofizik Birliği'nce dünya elipsoidi olarak kabul edilmiş ve Türkiye de bu birliğin tavsiyesine uyarak bu elipsoidi referans elipsoid [ED 50 (European Datum 50)] olarak kullanmaktadır. Son yıllardaki uydu teknolojisindeki gelişme ile geliştirilen WGS84 elipsoidi de yaygın şekilde kullanılmaktadır

ELİPSOİD	YILI	a (m)	b (m)	f
Everest	1830	637304	6356102.856	1/300.8
Bessel	1841	6377394.315	6 356075.986	1/299.153
Clarke	1866	6378206	6 356584.963	1/295
Hayford	1910	6378388	6 356911.946	1/297
Krassovsky	1938	6378245	6 356863.019	1/298.3
Fischer	1968	6378150	6 356768.337	1/298.3
GRS80	1979	6378137	6 356768.337	1/298.257222101
WGS84	1984	6378137	6 356752.314	1/298.257223563

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

- ❖ Referans elipsoidler üzerinde tanımlanan koordinat sistemleri **jeodezik eğrilere** göre ifade edilmiştir.
- ❖ Elipsoid üzerinde herhangi iki noktadaki yüzey normalleri aykırı doğrular olduğundan bu iki noktayı birleştiren iki ayrı normal kesit eğrisi vardır. Bu yüzden normal kesit eğrileri, elipsoid üzerinde iki noktayı birleştiren tek anlamlı bağlantı eğrisi olarak kullanılamaz.
- ❖ İki nokta arasındaki en kısa yola **jeodezik eğri** denir. Sözelimi küre üzerindeki normal kesit eğrileri (kürenin merkezinden geçen düzlem ile kürenin arakesiti olan büyük daire yayları) ise birer jeodezik eğridir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Koordinat sistemleri üç ana başlık altında incelenebilir:

- Jeodezik (coğrafi) koordinat sistemleri
- Yer-merkezli yer-sabit koordinat sistemleri
- Projeksiyon (izdüşüm) koordinat sistemleri

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar

Jeodezik eğri olan ekvator ile meridyenlerden birinin başlangıç meridyeni olarak alındığı koordinat sistemleridir. Başlangıç meridyeni olarak İngiltere'deki Greenwich kasabasındaki gözlemevinde yer alan teleskobun optik merkezinden geçen astronomik meridyen alınır.

Elipsoid üzerinde bir P noktasının coğrafi enlemi, φ , P'deki normalin ekvator düzlemi ile yaptığı açıdır.

P noktasının boylamı ile başlangıç boylamı arasındaki açıya, λ , da noktanın boylamı denir.

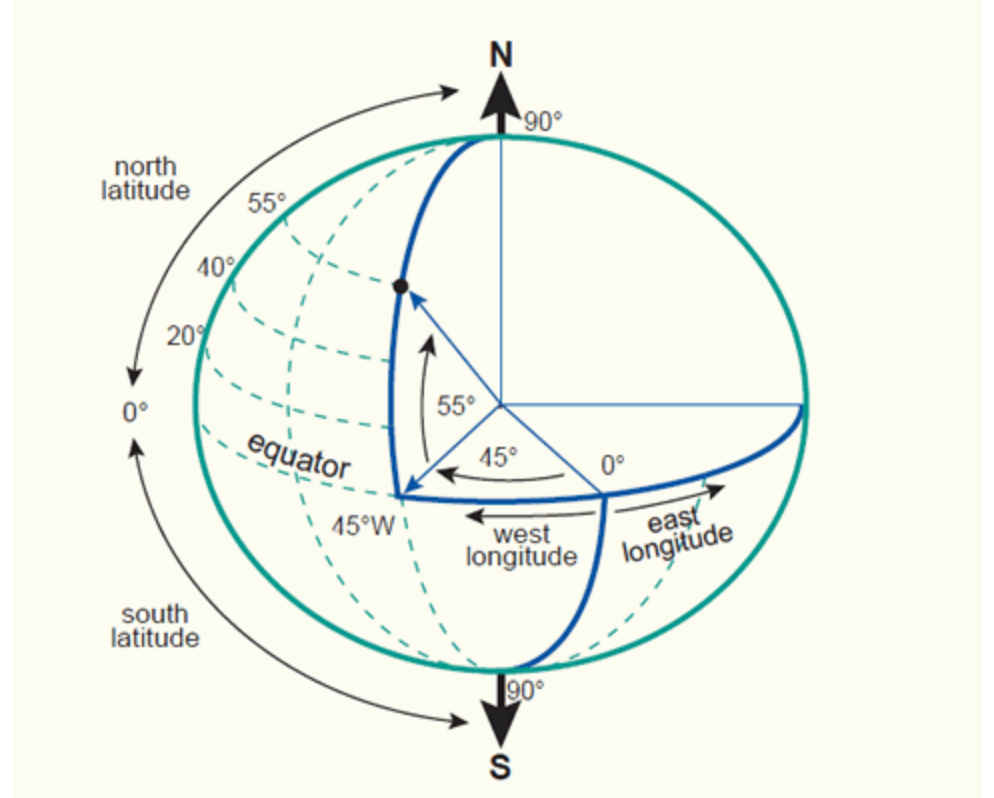
Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar

Elipsoid üzerinde ϕ 'lerin sabit olduğu noktalar paralelleri, λ 'ların sabit olduğu noktalar ise meridyenleri oluşturur.

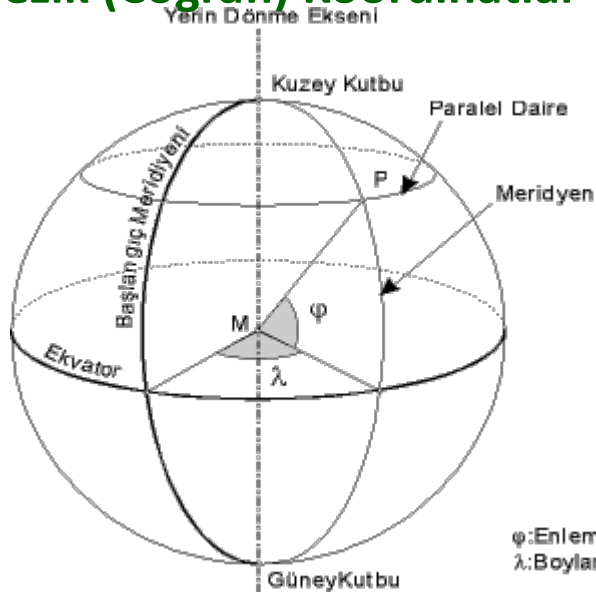
Bu koordinat sistemlerinde koordinatlar enlem (ϕ), boylam (λ) ve yükseklik (h) olarak ifade edilirler



<http://www.kartografie.nl/geometrics/coordinate%20transformations/coordtrans.html>

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar



Kaynak: <http://karto.ins.itu.edu.tr/kb/proj.htm>

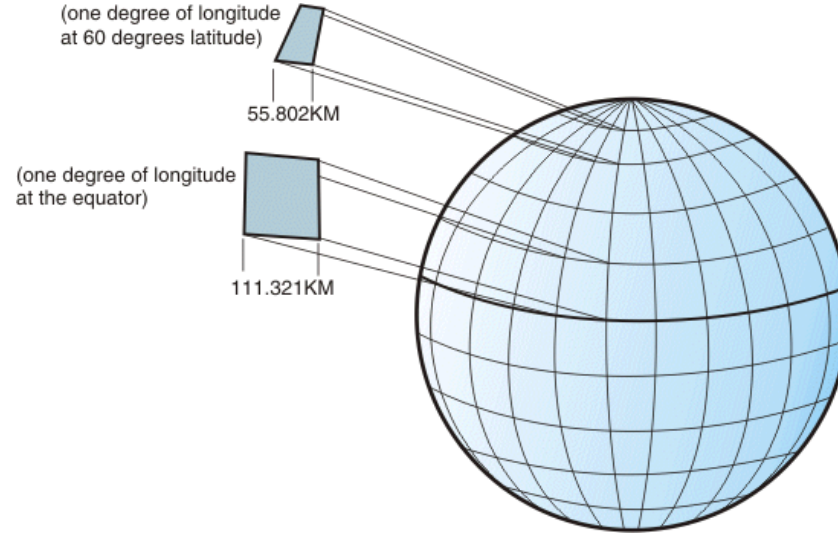
Bir noktadan geçen paralel dairesinin ekvatora olan açıl uzaklığına **enlem**, bir noktadan geçen meridyenin başlangıç meridyeni düzlemi ile arasındaki açığı **boylam** denir.

Yeryüzündeki bir noktanın coğrafi koordinatları, seçilen elipsoide göre değişir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar

Gratikül (Graticule): enlem ve boylamlardan oluşan ağ



Kaynak: <http://publib.boulder.ibm.com/infocenter/db2luw/v9/topic/com.ibm.db2.udb.spatial.doc/csb3022a.html>

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar

- ❖ Enlem-boylam birimi derece ($^{\circ}$) dakika ($'$) saniye ($''$) dir.
($60' = 1''$ ve $60'' = 1^{\circ}$)
- ❖ Ekvatorda 1 saniye = 30 m. (yaklaşık)
- ❖ Dereceyi desimal hale (ondalıklı) dönüştürmek için,
 $dd = d^{\circ} + d''/60 + s'/3600$ formülü kullanılır.
- ❖ Virgülden sonra 6 basamak 10cm doğruluk verir.
- ❖ Ekvatordan kutuplara yaklaşık uzunluk 10,000,000 metredir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri Jeodezik (Coğrafi) Koordinatlar

Örnek:30° kuzey paraleli ve 90° batı meridyeni boyunca 1°lik artış uzunlukta ne değiştirir?
(Yerinyarıçapı= 6370 km.)

Çözüm:

- 1°açı değeri radyana dönüştürülürse

$$\text{Pi radyan} = 180^\circ, 1^\circ = \pi/180 = 3.1416/180 = 0.0175 \text{ radyan}$$

- Meridyen için, $DL = R_e * D_f = 6370 * 0.0175 = \underline{\underline{111 \text{ km}}}$
- Paralel için, $DL = R_e * D_f * \text{Cos} f = 6370 * 0.0175 * \text{Cos } 30 = \underline{\underline{96.5 \text{ km}}}$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Yer-merkezli yer-sabit koordinatlar

- ❖ Uygun bir meridyen X eksenini olarak alınır ve bunun üzerinde bir O noktası başlangıç olarak seçilir. P'den X eksenine dik indirilen jeodezik eğrisinin uzunluğu, y koordinatını, eğrinin X eksenini kestiği nokta ile O noktası arasındaki meridyen yayının uzunluğu da x koordinatını verir.
- ❖ Referans olarak elipsoid yerine küre alındığında koordinat eksenlerini tanımlayan yaylar büyük daireler şeklini alır.
- ❖ Elipsoid ile küre arasındaki fark eğrilik farkıdır. Küre üzerindeki normal kesitlerin eğriliği her yönde eşit iken elipsoid üzerinde her yönde eğrilik farklıdır.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

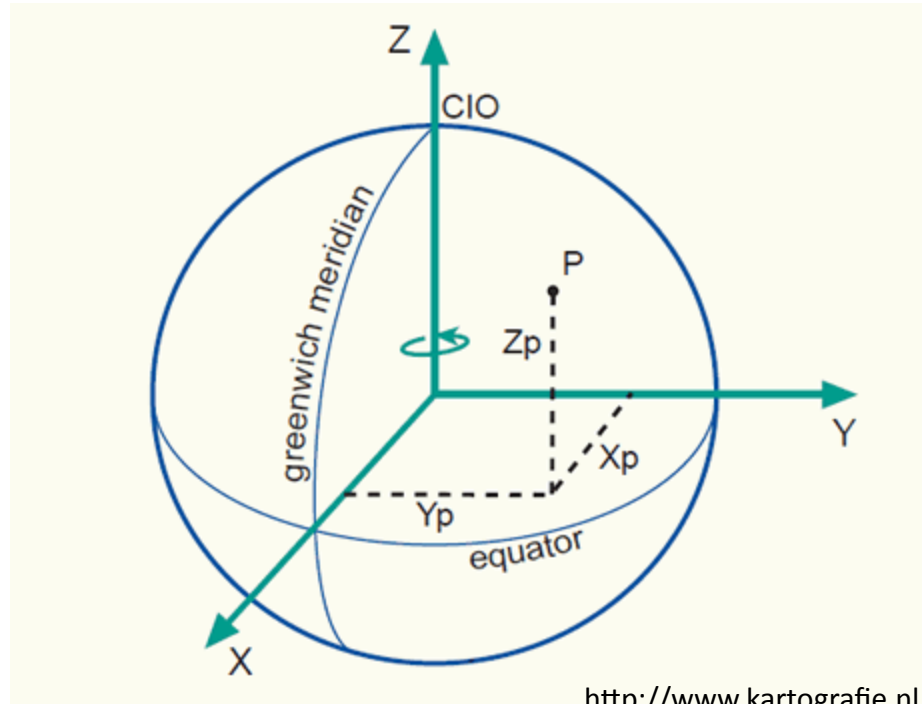
Yer-merkezli yer-sabit koordinatlar

Bu koordinatlar 3-Boyutlu kartezyen koordinat sistemine göre ifade edilir. Koordinat sisteminin merkezi yerin kütle merkezidir ve x ve y eksenleri ekvator düzlemi (sıfırinci enlem) ile çakışiktır. z eksenini ise yerin dönme eksenini ile çakışmaktadır. Ayrıca x eksenini sıfırinci boylamdan geçer.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Yer-merkezli yer-sabit koordinatlar



<http://www.kartografie.nl/geometrics/coordinate%20transformations/coordtrans.html>

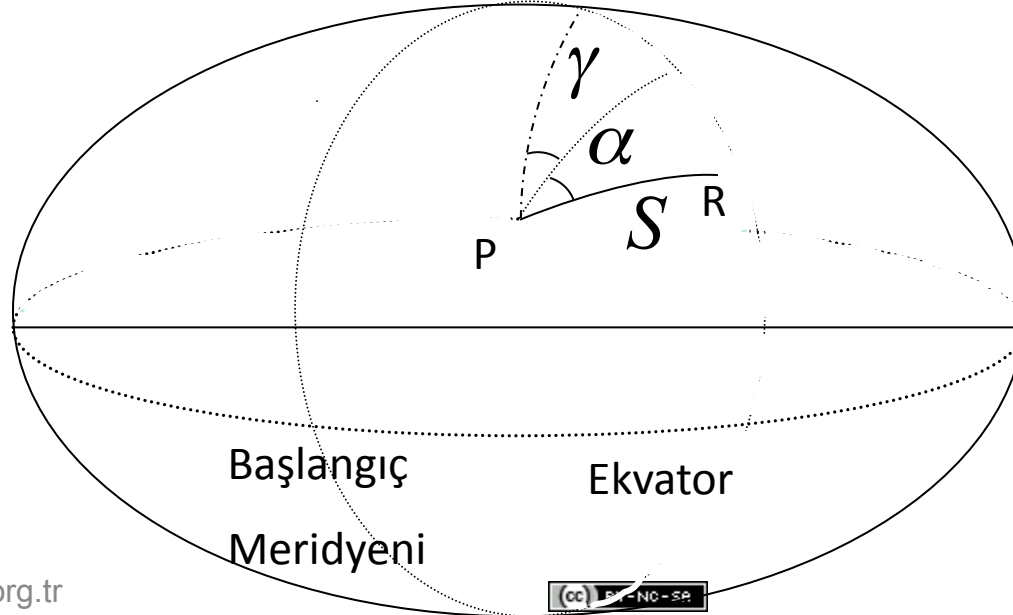
Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Yer-merkezli yer-sabit kutupsal koordinatlar

- Elipsoidal kutupsal koordinatlar yüzey üzerindeki her nokta için tanımlanır. Bir P noktasından R noktasına olan kutupsal koordinatlar P'den başlangıç meridyenine çizilen paralel ile R noktası arasındaki α açıklık açısı ile S jeodezik eğri parçasının uzunluğu ile tanımlanır.

- P noktasında, bu noktadan geçen meridyen ile başlangıç meridyenine çizilen paralel arasında kalan γ açısına meridyen konvergensi (yaklaşma açısı) denir.



Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Koordinat Dönüşümleri

Coğrafi Koordinatlardan (Enlem (ϕ), Boylam (λ), Yükseklik (h)) Kartezyen Koordinatlara (X, Y, Z) Dönüşüm

$$X = \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} + h \right) \cos \phi \cos \lambda$$

$$Y = \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} + h \right) \cos \phi \sin \lambda$$

$$Z = \left(\frac{a(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} + h \right) \sin \phi$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Koordinat Dönüşümleri

Kartezyen Koordinatlardan (X, Y, Z) Coğrafi Koordinatlara (Enlem (ϕ), Boylam (λ), Yükseklik (h) Dönüşüm

Bu dönüşüm diğer dönüşüme göre biraz daha fazla hesaplama gerektirir ve referans elipsoide ait [a,b, e² e'²] parametrelerin bilinmesi gerekir.

$$\phi = \arctan\left(\frac{Z+e'^2Z_0}{r}\right)$$

$$\lambda = \arctan 2[X, Y]$$

Arctan2[X,Y] dört çeyrek arctan'dır
(four quadrant inverse tangent)

$$h = U\left(1 - \frac{b^2}{aV}\right)$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Koordinat Dönüşümleri

Kartezyen Koordinatlardan (X, Y, Z) Coğrafi Koordinatlara (Enlem (ϕ), Boylam (λ), Yükseklik (h) Dönüşüm

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$E^2 = a^2 - b^2$$

$$F = 54b^2 - Z^2$$

$$G = r^2 + (1 - e^2)Z^2 - e^2E^2$$

$$C = \frac{e^4 Fr^2}{G^3}$$

$$S = \sqrt[3]{1 + C + \sqrt{C^2 + 2C}}$$

$$P = \frac{F}{3\left(S + \frac{1}{S} + 1\right)G^2}$$

$$Q = \sqrt{1 + 2e^4 P}$$

$$r_0 = \frac{-\left(e^2 r\right)}{1 + Q} + \sqrt{\frac{1}{2}a^2(1 + 1/Q) - \frac{P(1 - e^2)Z^2}{Q(1 + Q)} - \frac{1}{2}Pr^2}$$

$$U = \sqrt{\left(-e^2 r_0\right)^2 + Z^2}$$

$$V = \sqrt{\left(-e^2 r_0\right)^2 + (1 - e^2)Z^2}$$

$$Z_0 = \frac{b^2 Z}{aV}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Elipsoid Üzerinde Tanımlı Koordinat Sistemleri

Projeksiyon (izdüşüm) koordinatları

Yeryüzünün herhangi bir alanının düz bir yüzeye haritalanması için kullanılan koordinatlardır. Bir projeksiyon koordinat sistemi yer-merkezli yer-sabit ya da jeodezik koordinat sistemlerine göre bir yönlenme ve bir orijine sahiptir.

Bu tür koordinatlar orijine göre doğu ve kuzey (sağa & yukarı) değerler olarak verilir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Türkiye’de yaygın kullanılan Datuımlar

Ülkemizde üç temel datum yaygın şekilde kullanılmaktadır:

- ❖ ED50 (European Datum)
- ❖ WGS-84 (World Geodetic System)
- ❖ ITRF-96 (International Terrestrial Reference Frame)

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



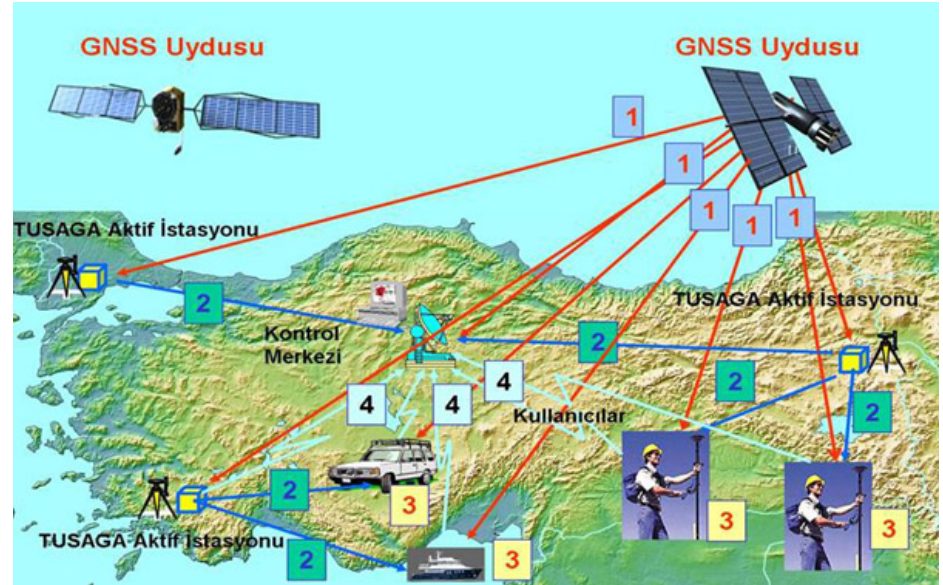
Türkiye’de yaygın kullanılan Datuımlar

- ❖ Türkiye’de 2001 yılına kadar 1/25.000, 1/50.000 ve 1/100.000 ölçekli topoğrafik haritalar Avrupa Datumu-1950 (European Datum-1950: ED-50) sisteminde üretilmiştir.
- ❖ ABD’nin geliştirdiği ve 1973 yılından itibaren kullanılmaya başlayan NAVSTAR GPS (Navigation Satellite Timing and Ranging/Global Positioning System) ile WGS-84 (World Geodetic System) datumunda koordinatların elde edilmesi yaygınlaşmıştır.
- ❖ 2002 yılından itibaren WGS-84 sisteminde üretimine geçilmiştir.
- ❖ Ulusal ağların yer merkezli, yer sabit ortak bir global datumda ifade edilebilmesi için oluşturulan CORS-TR (TUSAGA AKTIF) sisteminde kullanılan datum giderek yaygınlaşmaktadır.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Türkiye’de yaygın kullanılan Datumlar

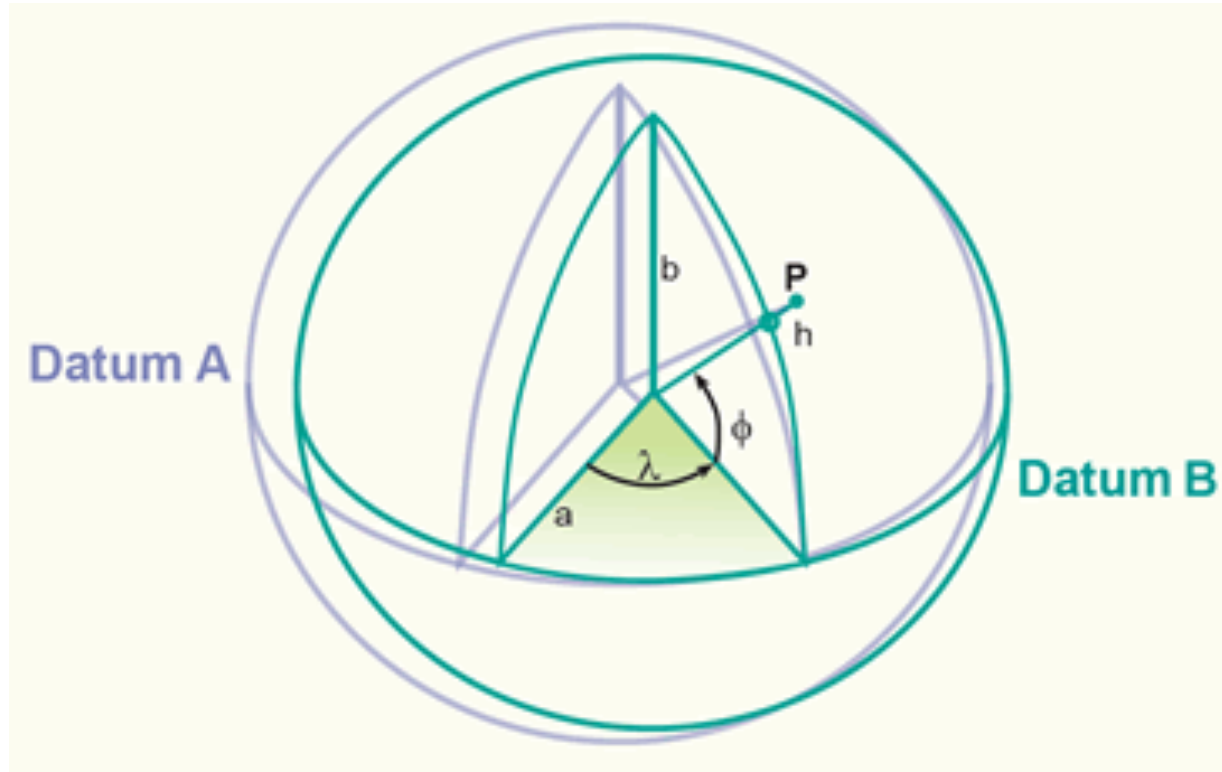
- ❖ CORS-TR Yerküre Konumlama ve Seyrüsefer Uydu Sistemleri (GNSS) kapsamında, bu aşamada GPS-NAVSTAR, daha sonra Rus GLONASS ve Avrupa Birliği GALILEO vb. konumlama uyduları kullanılarak GNSS konumlama sistemlerinden sinyal alabilen sabit istasyonlar ve GNSS konumlama sistemlerinden sinyal alabilen DGPS alıcıları, kontrol merkezleri ve veri aktarımı için iletişim birimlerinden oluşan sistemdir ve ITRFyy (ITRF96, ITRF05,vb.) datumlarını kullanır.



http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/jeodezi/tusaga_aktif.htm

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Datum Dönüşümleri



<http://www.kartografie.nl/geometrics/coordinate%20transformations/coordtrans.html>

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

Yer-merkezli yer-sabit koordinat sistemlerinde en sık kullanılan üç dönüşüm metodu vardır:

- ❖ Yermerkezli dönüşüm
- ❖ 7 parametrelili Helmert dönüşümü
- ❖ 10 Parametrelili Molodensky-Badekas dönüşümü

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

Yermerkezli dönüşüm

Eğer her iki koordinat sisteminin elipsoidlerinin paralel olduğu ve başlangıç meridyeninin de Greenwich meridyeni olduğu kabul edilirse girdi ve çıktı koordinatlarda ölçek farkı olmayacaktır. Bu nedenle iki koordinat sistemi öteleme miktarlarının hesaplanması ile ilişkilendirilebilir.

dX, dY, dZ girdi koordinat sisteminden çıktı koordinat sistemine olan öteleme ise çıktı koordinatlar :

$$X_{\text{ç}} = X_{\text{g}} + dX$$

$$Y_{\text{ç}} = Y_{\text{g}} + dY$$

$$Z_{\text{ç}} = Z_{\text{g}} + dZ$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

Yermerkezli dönüşüm: Örnek

GPS ile WGS84'de şu koordinatlar ölçülmüştür.

$$X_g = 3771\ 793.97\ \text{m}$$

$$Y_g = 140\ 253.34\ \text{m}$$

$$Z_g = 5124\ 304.35\ \text{m}$$

WGS84'den ED50'e dönüşüm için

$$dX = +84.87\text{m}, dY = +96.49\text{m}, dZ = +116.95\text{m}$$

ED50:

$$X_ç = 3771\ 793.97 + 84.87 = 3771\ 878.84\ \text{m}$$

$$Y_ç = 140\ 253.34 + 96.49 = 140\ 349.83\ \text{m}$$

$$Z_ç = 5124\ 304.35 + 116.95 = 5124\ 421.30\ \text{m}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü

Yer merkezli dönüşüm için yapılan kabullerin ya da şartların sağlandığı durumlar oldukça nadirdir. Genellikle girdi ve çıktı sistemler birbirleri ile paralel değil ve ölçekleri de farklıdır. Bu nedenle rotasyon ve ölçek farklarının göz önüne alınması için parametrelerin kullanılması gerekir. Bu işleme 7 parametrelili Helmert dönüşümü denir ve "Bursa-Wolf" denklemi ile bulunur (3B benzerlik dönüşümü olarak da adlandırılır):

$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} 1 & R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü

(dX, dY, dZ) : Girdi koordinat sisteminin çıktı koordinat sistemine göre öteleme vektörüdür.

(R_x, R_y, R_z) : İki sistemin eksenlerinin birbirine paralel olması için kullanılan dönme matrisidir. Burada bir eksenin saat yönünde dönüşü pozitiftir. Sözgelimi girdi sistemin sadece Z ekseninde çıktı sistemine göre dönüklüğü koordinati dönüştürülmüş noktanın (çıktı boylamı) boylamını azaltacaktır. Verilen dönüşüm eşitliğinde açılar radyan olmalıdır.

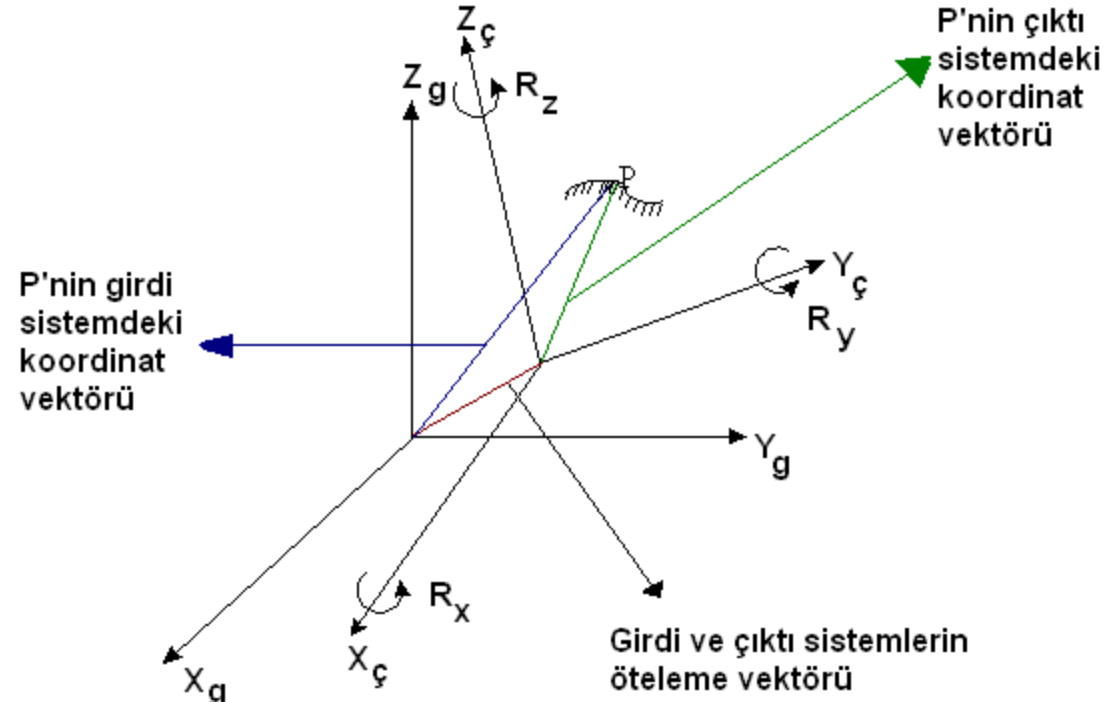
M : Girdi koordinat sistemindeki koordinat vektörüne uygulanması gereken ve çıktı koordinat sisteminin doğru ölçekte olması için kullanılan ölçek parametresidir. $M = (1 + dS \cdot 10^{-6})$. Burada dS ölçek doğruluğu parametresidir ve birimi ppmdir (parts per million).

$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} 1 & R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü



$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} 1 & R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü-Dönüşüm parametrelerinin hesabı

Bu dönüşüm için toplam 7 parametrenin (3 dönüklük, 3 öteleme ve 1 ölçek parametresi) tahmini gerektiği için en az iki noktanın her iki koordinat sisteminde de X, Y, Z koordinatları ile bir noktanın herhangi bir koordinatının bilinmesi gerekir. Böylece 7 bilinmeyenli 7 denklem isteminin çözümünü ile parametreler bulunur. Pratikte doğruluğu artırmak için daha fazla nokta bulunması tavsiye edilir ve Gauss en küçük kareler metodu ile çözüm elde edilebilir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü- Örnek

WGS 72 to WGS 84'de dönüşüm için gerekli parametreler:

$$dX = 0.000 \text{ m}$$

$$dY = 0.000 \text{ m}$$

$$dZ = +4.5 \text{ m}$$

$$R_x = 0.000 \text{ sn}$$

$$R_y = 0.000 \text{ sn}$$

$$R_z = +0.554 \text{ sn} = 0.000002685868 \text{ radyan}$$

$$dS = +0.219 \text{ ppm}$$

Girdi koordinatlar [WGS 72 (Kartezyen yer-merkezli yer-sabit)]:

$$X_g = 3\,657\,660.66 \text{ m}$$

$$Y_g = 255\,768.55 \text{ m}$$

$$Z_g = 5\,201\,382.11 \text{ m}$$

Helmert dönüşümü sonrası WGS 84'deki koordinat değerleri :

$$X_ç = 3\,657\,660.78 \text{ m}$$

$$Y_ç = 255\,778.43 \text{ m}$$

$$Z_ç = 5\,201\,387.75 \text{ m}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

7 parametrelili Helmert dönüşümü- Matlab'da Algoritma

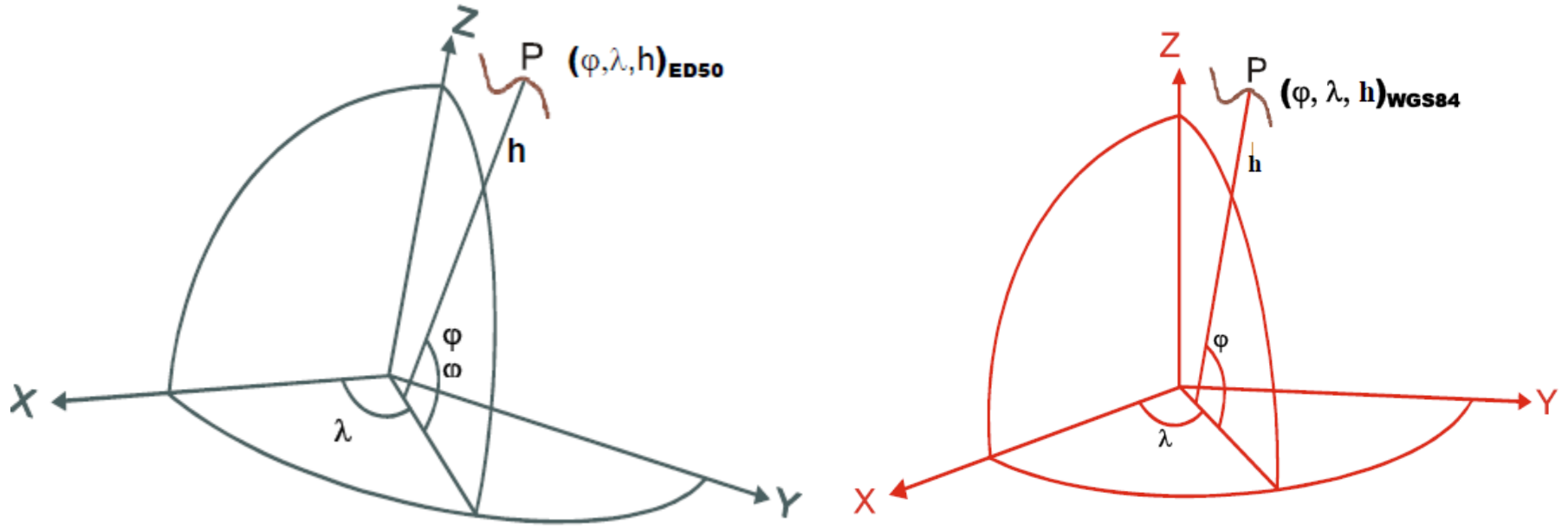
1. ED50 referans elipsoidinde tanımlı **geodetic2ecf** fonksiyonunu kullanarak ED50'deki coğrafi koordinatları (enlem, boylam, yükseklik) X,Y, Z yer-merkezli yer-sabit kartezyen koordinatlarına çevir. (Koordinat dönüşümü)
2. 7 parametrelili Helmert dönüşümü ile ED 50'deki X,Y,Z koordinatlarını WGS84 koordinatlarına dönüştür. (Datum dönüşümü). Not: Bu dönüşüm için parametreler ya HGK'nın yayınlarından ya da her iki koordinat sisteminde yapılan ölçümlerden bulunabilir.
3. WGS 84'deki X,Y,Z koordinatlarını **ecf2geodetic** fonksiyonunu kullanarak WGS84'de coğrafi koordinatlara (enlem, boylam, yükseklik) çevir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

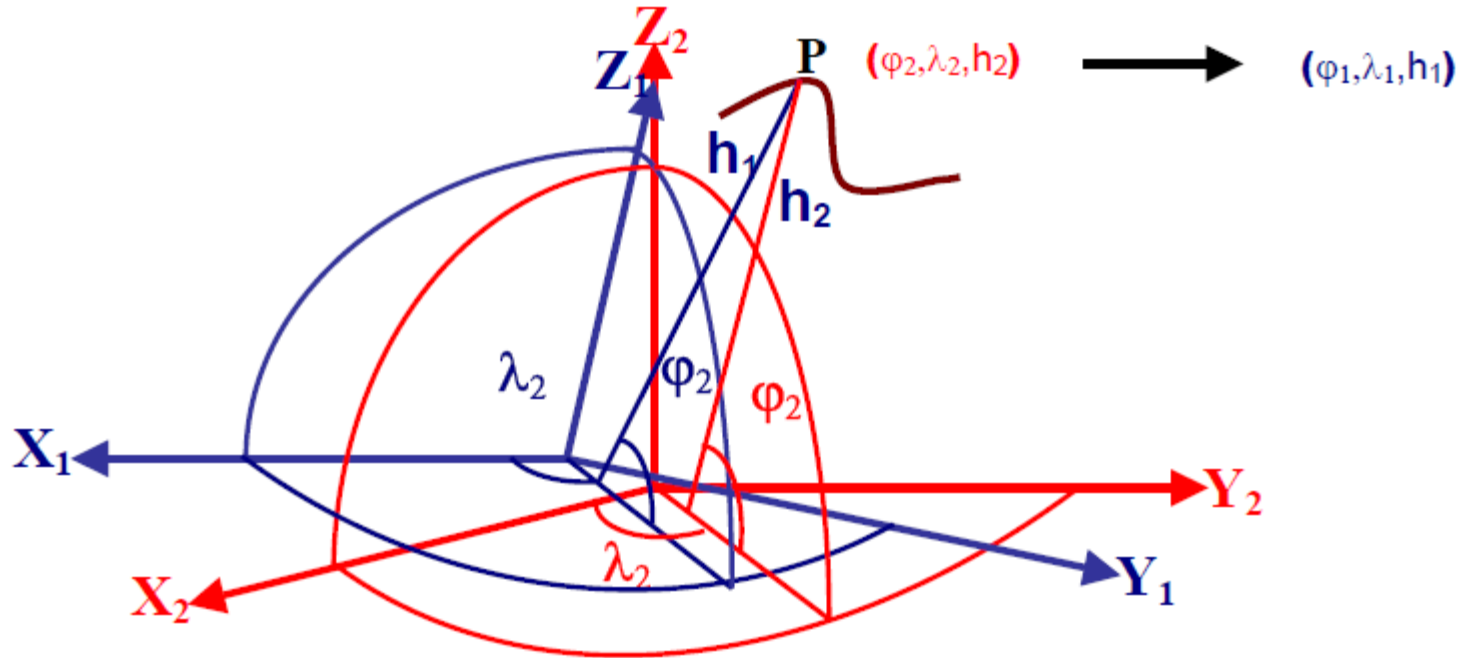
Göreceli bir elipsoid olan ED50 coğrafi koordinatlarının (φ, λ) Hayford elipsoidine göre belirlenen ve mutlak bir elipsoid olan WGS84 coğrafi koordinatlarına (φ, λ) dönüşümü için dönüşüm parametrelerinin belirlenmesi gerekir.



Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü



Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

ED50 datumunda üretilen standart topoğrafik haritaların, projeksiyon düzleminde WGS84 datumuna dönüştürülmesine yönelik olarak, Harita Genel Komutanlığınca yapılan çalışmalar tamamlanmıştır.

Buna göre, ED50 ile WGS84 datumları arasındaki farklar, 1/250.000 ve daha küçük ölçekli haritaların kartoğrafik doğruluğundan daha küçük olduğu tespit edildiğinden bu ölçekli paftalarda dönüşüm ihtiyacı bulunmamaktadır.

Ancak, ED50 datumunda basımı yapılan 1/25.000, 1/50.000, 1/100.000 ölçekli paftalar da ise farkların dikkate alınması gerekmektedir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

ED50 ile WGS84 koordinat sistemleri arasında datum farklılığının belirlenmesi amacıyla; HGK tarafından değişik zamanlarda yapılan periyodik GPS ölçüleri yardımıyla yer kabuğu hareketlerinin hızı modellenmiş ve datum dönüşümü için 3' x 3' sıklığında grid dönüşüm dosyası hazırlanmıştır.

Bu dönüşüm dosyasının enterpole edilmesi sonucu her pafta orta noktası için coğrafi (φ_i, λ_i) ve UTM ($\Delta x, \Delta y$) kayıklık değerleri hesaplanmıştır.

Diğer taraftan, GPS ile ölçülen WGS84 elipsoidinden olan yükseklik (h) (deniz seviyesinden olan yükseklik kavramından farklı olduğundan, GPS ile ölçülen elipsoid yüksekliğinin paftalarda münhanilerle gösterilen ortalama deniz seviyesinden olan yüksekliğe (H : ortometrik yükseklik) dönüştürülmesini sağlayan jeoid yüksekliği (N) her paftanın orta noktası için hesaplanmıştır.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

Örnek: ED50 datumundaki 1 / 25.000 ölçekli GAZİANTEP N38-c4 paftasında yer alan bir noktanın enlem, boylam ve haritadaki yüksekliği;

Enlem (ED50) = 37° 03' 48.6"
Boylam (ED50) = 37° 15' 37.3"
Harita Yüksekliği = 1108 m

olarak verildiğinde. Dönüşüm için gerekli koordinat düzeltmeleri harita kenar bilgilerinden elde edilir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



WGS84'den ED50 Datumu'na

Pafta Orta Noktası Dönüşüm için Düzeltme Değerleri

Koordinatı (ED50) Enlem Boylam Yükseklik

Pafta Adı ENLEM BOYLAM Düz . (") Düz . (") Düz . (m)

GAZİANTEP	N38-b1	37	26	15	37	18	45	3.7	0.8	29
GAZİANTEP	N38-b2	37	26	15	37	26	15	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-b3	37	18	45	37	26	15	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-b4	37	18	45	37	18	45	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-c	37	07	30	37	22	30	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-c1	37	11	15	37	18	45	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-c2	37	11	15	37	26	15	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-c3	37	03	45	37	26	15	3.7	0.8	27
GAZİANTEP	N38-c4	37	03	45	37	18	45	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-d	37	07	30	37	07	30	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-d1	37	11	15	37	03	45	3.7	0.8	29
GAZİANTEP	N38-d2	37	11	15	37	11	15	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-d3	37	03	45	37	11	15	3.7	0.8	28
GAZİANTEP	N38-d4	37	03	45	37	03	45	3.7	0.8	28

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

Örnek:

Enlem düzeltmesi = 3.7"

Boylam Düzeltmesi = 0.8"

Yükseklik düzeltmesi = 28 m

Alındığında, noktanın WGS84 datumundaki enlem ve boylamı ile elipsoid yüksekliği;

Enlem (WGS84) = Enlem (ED50) - Enlem Düzeltmesi

Enlem (WGS84) = 37° 03' 48.6" - 3.7" = 37° 03' 44.9"

Boylam (WGS84) = Boylam (ED50) - Boylam Düzeltmesi

Boylam (WGS84) = 37° 15' 37.3" - 0.8" = 37° 15' 36.5"

Elipsoid Yüksekliği (WGS84) = Harita Yüksekliği + Yükseklik Düzeltmesi

Elipsoid Yüksekliği (WGS84) = 1108 m + 28 m = 1136 m

Bu noktanın ortalama deniz seviyesinden olan yüksekliği ise WGS84 datumunda da aynıdır ve 1108 metredir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

ED50-WGS-84 Dönüşümü

Örnek: ED50 datumundaki 1 / 25.000 ölçekli GAZİANTEP N38-c4 paftasında yer alan bir noktanın enlem, boylam ve haritadaki yüksekliği;

Enlem (ED50) = 37° 03' 48.6"
Boylam (ED50) = 37° 15' 37.3"
Harita Yüksekliği = 1108 m

olarak verildiğinde. Dönüşüm için gerekli koordinat düzeltmeleri harita kenar bilgilerinden elde edilir.

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

Türkiye için kullanılabilir D50-WGS-84 dönüşüm parametreleri

$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+M & R_z & -R_y \\ -R_z & 1+M & R_x \\ R_y & -R_x & 1+M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}$$

Parametre	ED50 →	WGS84
dX		-84.003 m
dY		-102.319 m
dZ		-129.827 m
Rx		-0".0183
Ry		0".0003
Rz		-0".4738
M		0.0347 ppm

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

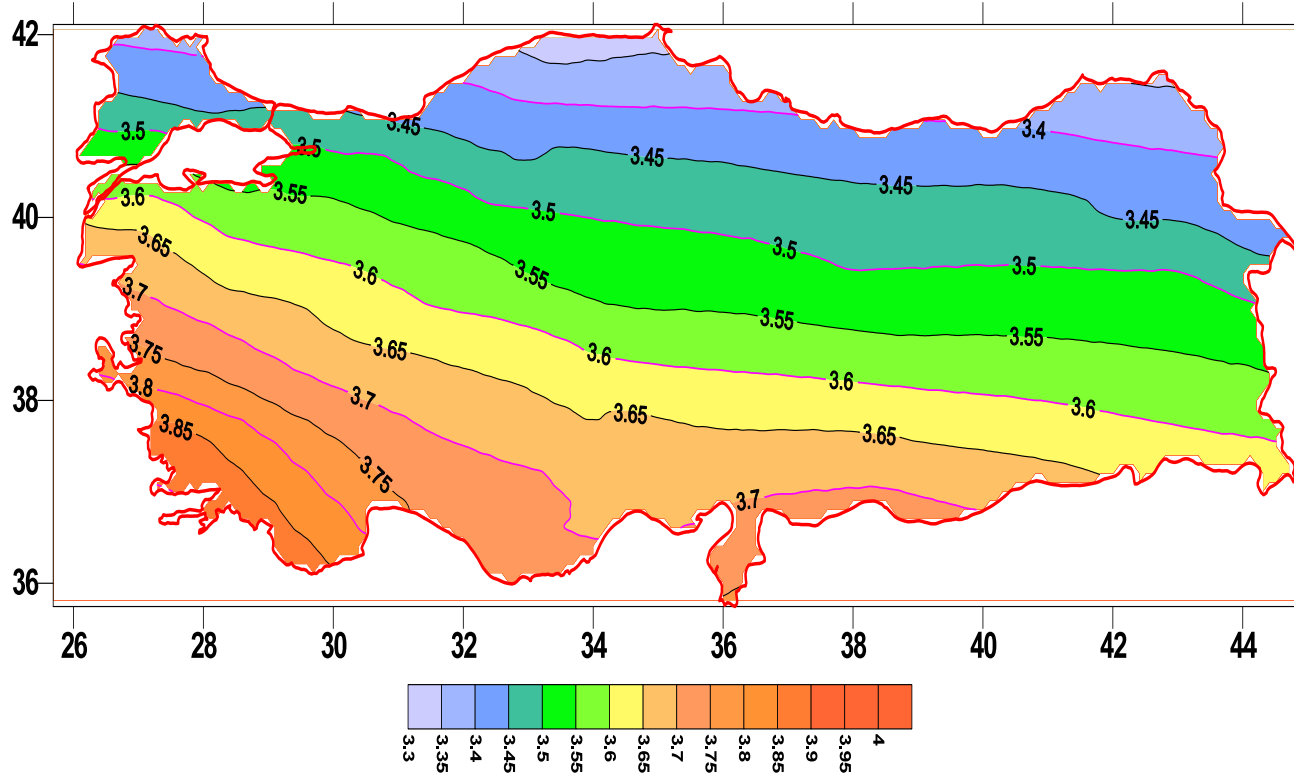
10 Parametrelı Molodensky-Badekas dönüşümü

Helmert dönüşümü parametrelerin bulunması sırasında dönüklük ve dönüşüm parametreleri arasında yüksek korelasyonlara neden olur. Dönüklük vektörü R' ye ek olarak dönüklüğün olduğu lokal bir noktanın (X_n, Y_n, Z_n) koordinatı kullanılarak bir dönüşüm yapılabilir. Bu dönüşüm yöntemi 3 parametrenin daha eklenmesi ile 10 parametrenin belirlenmesini gerektirir.

$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} 1 & R_z & -R_x \\ -R_z & 1 & R_x \\ R_y & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g - X_n \\ Y_g - Y_n \\ Z_g - Z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}$$

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

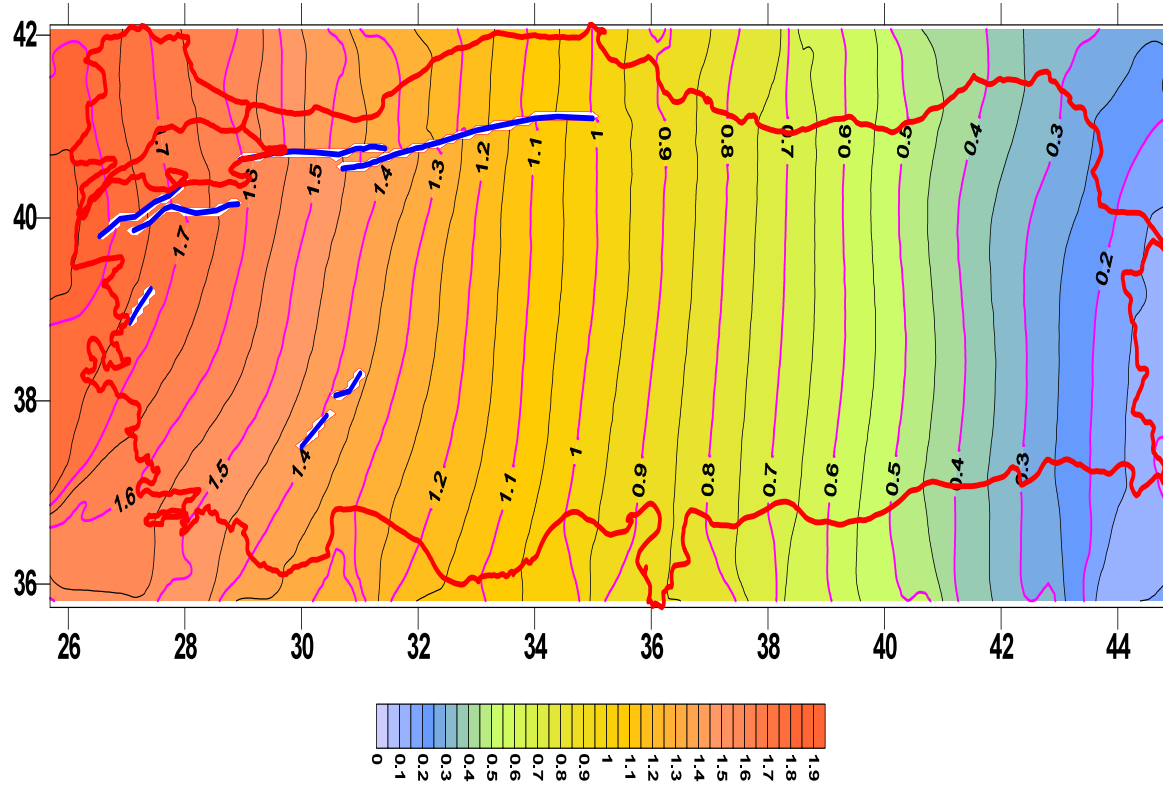
Datum Dönüşümleri



:WGS84'den ED50 datumuna dönüşüm için gerekli enlem düzeltmesi (saniye)
(Demirkol ve ark.)

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)

Datum Dönüşümleri



:WGS84'den ED50 datumuna dönüşüm için gerekli boylam düzeltmesi (saniye)
(Demirkol ve ark.)

Yerküre Üzeride Haritalanacak Bölgenin Matematiksel Modeli (Datum)



Datum Dönüşümleri

Girdi	Çıktı	dX (cm)	dY (cm)	dZ (cm)	R _x	R _y	R _z	Ölçek
ITRF90	WGS84	6.0	-51.7	-22.3	18.3	-0.3	-7.0	-11.0
ITRF94	ITRF90	1.8	1.2	-3.0	0.0	0.0	0.0	0.9
ITRF94	ITRF92	0.8	0.2	-0.8	0.0	0.0	0.0	-0.8
ITRF94	WGS84(G730)	-2.0	2.0	-1.0	2.5	1.9	-2.5	0.2
ITRF94	WGS84(G873)	1.0	-1.0	-2.0	0.6	1.2	0.7	0.3
WGS84	PZ-90	47.0	51.0	156	15.7	3.5	-356	-22.0
ITRF2000(1997.0)	ITRF94/96/97	0.67	0.61	1.85	0.0	0.0	0.0	1.55

Kaynakça



İnternet Kaynakları

- <http://home.hiwaay.net/~taylorc/toolbox/geodesy/datumtrans/>
 - <http://www.apsalin.com/convert-geodetic-to-cartesian.aspx>
 - http://www.hgk.mil.tr/egitim/dig_konular/koor_don/koor_don.htm
 - <http://3d2f.com/tags/calculation/bursa/wolf/transformation/parameters/>
 - <http://udig.refractions.net/files/docs/api-geotools/org/geotools/referencing/datum/BursaWolfParameters.html>
 - http://www.hgk.mil.tr/egitim/dig_konular/koor_don/koor_don.htm
 - <http://www.univie.ac.at/aarg/php/cms/Aerial-Archaeology/where-on-earth-is-it>
 - <http://www.kartografie.nl/geometrics/coordinate%20transformations/coordtrans.html>
-
- Dr. E.Ömür DEMİRKOL, Dr. Mehmet Ali GÜRDAL, Abdullah YILDIRIM - Avrupa Datumu 1950 (European Datum 1950:ED-50) ile Dünya Jeodezik Sistemi 1984 (World Geodetic System 1984:WGS84) Arasında Datum (Koordinat) Dönüşümü ve Askeri Uygulamaları

Açık Lisans Bilgisi



#####

UADMK - Açık Lisans Bilgisi

Bu ders malzemesi öğrenme ve öğretme yapanlar tarafından açık lisans kapsamında ücretsiz olarak kullanılabilir. Açık lisans bilgisi bölümü yani bu bölümdeki, bilgilerde değiştirme ve silme yapılmadan kullanım ve geliştirme gerçekleştirilmelidir. İçerikte geliştirme değiştirme yapıldığı takdirde katkılar bölümüne sadece ekleme yapılabilir. Açık lisans kapsamındaki malzemeler doğrudan ya da türevleri kullanılarak gelir getirici faaliyetlerde bulunulamaz. Belirtilen kapsam dışındaki kullanım açık lisans tanımına aykırı olduğundan kullanım yasadışı olarak kabul edilir, ilgili açık lisans sahiplerinin ve kamunun tazminat hakkı doğması sözkonusudur.

Katkılar:

Prof. Dr. H. Şebnem Düzgün, ODTÜ, 04/10/2010, Metnin hazırlanması

#####