1. KAYANIN FİZİKSEL ÖZELLİKLERİ

Doğal Su İçeriği (W): Kayanın boşluklarındaki suyun ağırlığının, kayanın kuru ağırlığına oranıdır.

$W = Mw/Ms \cdot 100$ 1.1

$W = (Wn - Ws)/Ws$

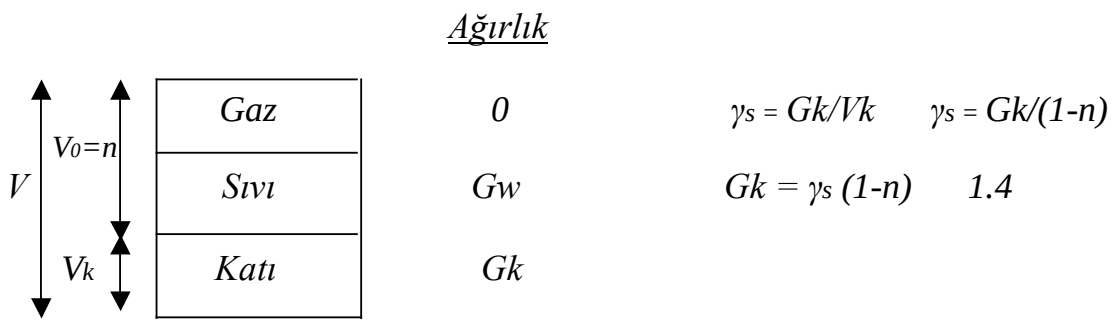
Yoğunluk (ρ): Toplam kütlenin toplam hacme oranıdır

$\rho = m/V$ 1.2

Birim Hacim Ağırlığı (γ) : kayanın ağırlığının toplam hacme oranıdır.

$G = m.g$ ve $\gamma = G/V$ 1.3

Kayayı katı, sıvı ve gaz şeklinde üç elemandan oluşan teorik bir prizma kesitinden yararlanarak fiziksel parametrelerini çözümleyebiliriz (Şekil 1).



Şekil 1. Birim prizma kesiti.

$W = Mw/Md \cdot g/g \Rightarrow W = Gw/Gk \Rightarrow W = Gw/\gamma_s(1-n)$

$Gw = W \cdot \gamma_s (1-n)$ 1.5

1. Kuru Birim Hacim Ağırlığı: Katı madde ağırlığının toplam hacme oranıdır.

$\gamma_d = Gk/V \Rightarrow \gamma_d = \gamma_s(1-n) / 1 \Rightarrow \gamma_d = \gamma_s(1-n)$ 1.6

2. Doğal Birim Hacim Ağırlığı: Cismin ağırlığının toplam hacme oranıdır.

$\gamma = (Gk + Gw) /1 \Rightarrow \gamma = \gamma_s(1-n) + \gamma_s(1-n). W$

$\gamma = \gamma_s(1-n).(1+W)$ => $\gamma = \gamma_d .(1+W)$ 1.7

3. Doygun Birim Hacim Ağırlığı

$\gamma_w = G_w/V_o$ => $G_w = \gamma_w.V_o$

$\gamma_r = G_k/V$ => $\gamma_r = (G_k + G_w)/ 1$ => $\gamma_r = \gamma_d + n.\gamma_w$ 1.8

4. Su İçinde Birim Hacim Ağırlığı

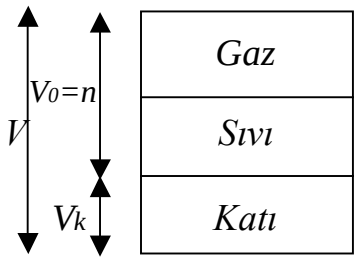
$\gamma' = \gamma_r - \gamma_w = \gamma_d + n.\gamma_w - \gamma_w$ $\gamma_d = \gamma_s(1-n)$

$\gamma' = \gamma_s (1-n) + n.\gamma_w - \gamma_w$ => $\gamma' = \gamma_s(1-n) + \gamma_w (1-n)$

=> $\gamma' = (\gamma_s + \gamma_w) (1-n)$ 1.9

Porozite, Boşluk Oranı:

Bir birim hacimli prizma kesitinden yararlanarak porozite (n) ve boşluk oranını (e) tanımlayabiliriz.



	Hacim		
Gaz	Va	$n = V_o / V$	1.10
Sıvı	Vw	$e = V_o / V_k$	1.11
Katı	Vk	$e = n / (n-1)$.	

şeklinde de yazılabilir

Geçirgenlik (Permeabilite):

Birim kesitte birim yük kaybı altında geçen su miktarıdır. DARCY yasası olarak ifade edilirse:

$Q = KIA$ 1.12

$K = Q / AI$ 1.13

2. GERİLME DURUMLARI

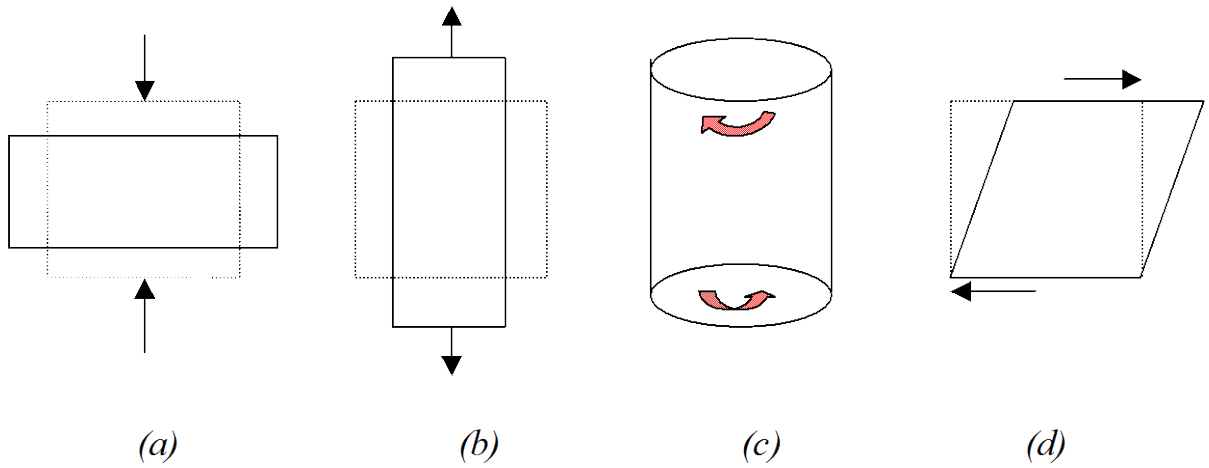
Gerilme bir cismin birim alanına etki eden kuvvetin büyüklüğüdür.

Basınç Gerilmesi: aynı doğrultuda ve zıt yönde birbirlerine doğru etkiyen gerilmelerdir. Bunlar cismin boyunda azalma oluştururlar (Şekil 2a).

Çekme Gerilmesi: Aynı doğrultuda ve zıt yönde etkiyen gerilmelerdir. Bunlar cismin boyunda artma oluştururlar (Şekil 2b).

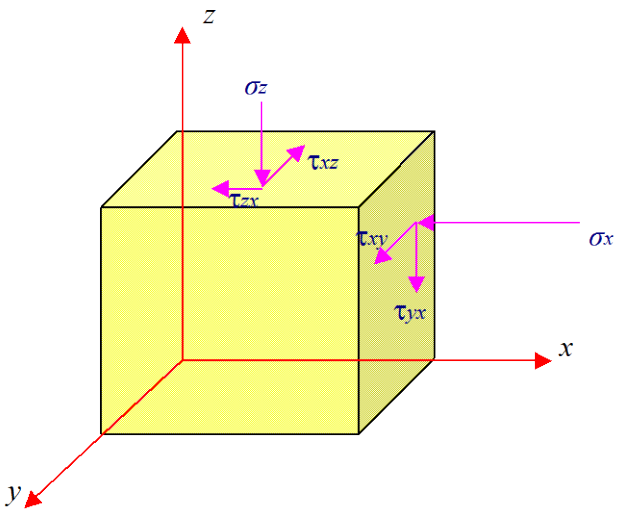
Burulma Gerilmesi: Cisimlerin farklı iki noktasından cismin içinde dönme oluşturacak şekilde etkiyen gerilmelerdir (Şekil 2c).

Kesme (Kayma) Gerilmesi: Cisimlerin birbirlerine paralel iki yüzey boyunca zıt yönde etkiyen gerilmelerdir. Bunlar cisimde sadece şekil değişikliği oluşturur (Şekil 2d).



Şekil 2. Cisimlere uygulanan gerilmeler.

Kaya mekaniğinde basınç gerilmesi (-), çekme gerilmesi (+) olarak alınır. Gerilme analizi amacı ile yer altında küp şeklinde bir a elemanı alalım. Bu eleman üzerine etkiyen gerilme indisleri Şekil 3'deki gibidir.

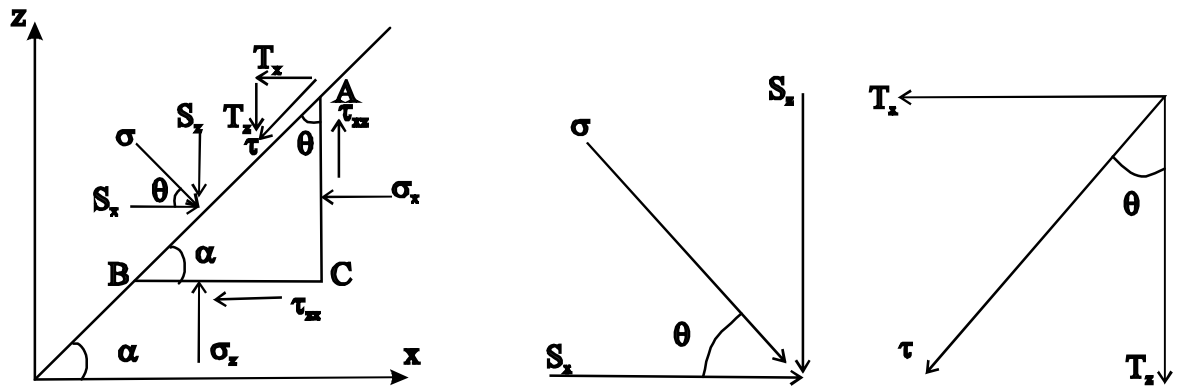


Şekil 3.birim küpte düzlemler üzerine etkiyen normal ve teğetsel gerilme bileşenleri.

Kesit düzlemine dik etkiyen gerilmelere normal gerilmesi (σ), kesit düzlemi yüzeyine etkiyen gerilmelere kayma gerilmesi (τ) denir. Kayma gerilmesi iki indis şeklinde gösterilmiştir. Örneğin τ_{zx}'de birinci indis olan z, kayma gerilmesinin z eksenine dik düzlemin içerisine etkidiğini gösterir. Denge halindeki bir cisim için $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ alınmalıdır. Böylece dokuz bağımsız gerilme bileşeni yerine altı gerilme bileşeni tanımlamak mümkün olur.

2.1. BİR NOKTADAKİ NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİ HESABI

Bazı üç boyuttaki problemler matematiksel kolaylığı nedeniyle iki boyuta indirgenerek çözülmektedir. Bir elemana etkiyen normal ve teğetsel gerilmeleri bulunması halinde elemanın herhangi bir noktasında oluşan, normal ve teğetsel gerilme bileşenleri aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanır. Bir zx düzlemi üzerinde ABC üçgeni üzerine etkiyen tenörleri yazalım.



Şekil 4.Düzlemsel gerilme durumları

$S_x=\sigma\cos\theta c$ ve $S_z=\sigma\sin\theta c$

$T_x=\tau\sin\theta c$ ve $T_z=\tau\cos\theta c$

$\Sigma Fx=0$ ve $\Sigma Fz=0$ ise cisim dengededir.

$\Sigma Fx=0 \Rightarrow \Sigma Fx = -\sigma_x b - \tau_{zx} a + \sigma \cos\theta c - \tau \sin\theta c=0$

Denklemin her iki tarafını c'ye bölelim.

$-\sigma_x b/c - \tau_{zx}\, a/c + \sigma\cos\theta - \tau\sin\theta = 0$

$-\sigma_x\cos\theta - \tau_{zx}\sin\theta + \sigma\cos\theta - \tau\sin\theta = 0$

$\sigma\cos\theta=\sigma_x\cos\theta + \tau_{zx}\sin\theta + \tau\sin\theta$ 2.1

$\Sigma Fz=0 \Rightarrow \Sigma Fz=-\sigma_z a + \tau_{xz} b - \sigma\sin\theta c - \tau\cos\theta c =0$

$-\sigma_z\, a/c + \tau_{xz}\, b/c - \sigma\sin\theta - \tau\cos\theta =0$

$\sigma_z\sin\theta + \tau_{xz}.\cos\theta - \sigma\sin\theta - \tau\cos\theta=0$

$\tau\cos\theta=\sigma_z\sin\theta + \tau_{xz}.\cos\theta - \sigma\sin\theta$ 2.2

Formül 2.1'deki τ kayma gerilmesi yerine 2.2'de bulduğumuz τ'yu koyalım.

$\sigma\cos\theta=\sigma_x\cos\theta + \tau_{zx}\sin\theta + \sin\theta(\sigma_z\sin\theta/\cos\theta - \sigma\sin\theta/\cos\theta + \tau_{xz})$

$\sigma\cos\theta=\sigma_x.\cos\theta + \tau_{zx}.\sin\theta + \sigma_z\sin^2\theta/\cos\theta - \sigma\sin^2\theta/\cos\theta + \tau_{xz}\sin\theta$

Denklemin her iki tarafını $\cos\theta$ ile çarparsak:

$\sigma\cos^2\theta=\sigma_x\cos^2\theta + \tau_{zx}\sin\theta\cos\theta+ \sigma_z\sin^2\theta - \sigma\sin^2\theta + \tau_{xz}\sin\theta\cos\theta$

σ'ları eşitliğin bir tarafında toplayıp σ parantezine alırsak;

$\sigma(\cos^2\theta + \sin^2\theta)=\sigma_x\cos^2\theta + 2\tau_{zx}\sin\theta\cos\theta+ \sigma_z\sin^2\theta$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta=1$ olduğuna göre

$\sigma = \sigma_x\cos^2\theta + \sigma_z\sin^2\theta + 2\tau_{zx}\sin\theta\cos\theta$ 2.3

$$cos^2 2\theta = \frac{1 + cos2\theta}{2}$$

$$sin^2 2\theta = \frac{1 - cos2\theta}{2}$$

$\mathrm{Cos}2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$\mathrm{Sin}2\theta=2\cos\theta\sin\theta$

Yukardaki eşitlikleri 2.3'de yerlerine yazarsak;

$$\sigma = \sigma_x \frac{1 + cos2\theta}{2} + \sigma_z \frac{1 - cos2\theta}{2} + \tau_{zx} \sin2\theta$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x cos2\theta}{2} + \frac{\sigma_z}{2} - \frac{\sigma_z cos2\theta}{2} + \tau_{zx} \sin2\theta$$

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} cos2\theta + \tau_{zx} \sin2\theta} \qquad 2.4$$

Bulunur.

2.2'deki σ yerine 2.1 deki σ'yı koyarsak:

$\tau\cos\theta = \sigma_z \sin\theta - \sin\theta(\sigma_x + \tau_{zx}.\sin\theta/\cos\theta + \tau\sin\theta/\cos\theta) + \tau_{xz}\cos\theta$

$\tau\cos\theta = \sigma_z \sin\theta - \sigma_x \sin\theta + \tau_{zx}\sin^2\theta/\cos\theta + \tau\sin^2\theta/\cos\theta + \tau_{xz}\cos\theta$

Denklemin her iki tarafını cosθ ile çarpalım.

$\tau\cos^2\theta = \sigma_z \sin\theta\cos\theta - \sigma_x \sin\theta\cos\theta - \tau_{zx}\sin^2\theta - \tau\sin^2\theta + \tau_{xz}\cos^2\theta$

2θ cinsinden ifadeleri yerine koyarsak;

$$\boldsymbol{\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} sin2\theta + \tau_{zx} \sin2\theta} \qquad 2.5$$

Bulunur.

σ ve τ gerilmelerinin τ_{xz} =0 olduğu durumda karelerini alıp sıfıra eşitlersek;

$\sigma^2 - [(\sigma x + \sigma z)/2]^2 + \tau^2 = [(\sigma z - \sigma x)/2]^2$

elde edilir. Bu da bir daire denklemidir.

Not: Bu gerilmelerin $_{xz}$ düzlemi içerisinde maksimumu ve minimumu olduğundan değerlerin bulunması için θ açısına göre türevi alınır ve türev sıfıra eşitlenir. Elde edeceğimiz bağıntı:

$\partial\sigma/\partial\theta = 0 \quad => \quad (\sigma z - \sigma x)/\sin2\theta + 2\tau_{zx}.\cos2\theta + 2\tau_{zx}.\cos2\theta = 0$

$\sin2\theta/\cos2\theta = -2\tau_{xz}/\sigma z - \sigma x \quad => \quad \tan2\theta = -2\tau_{xz}/\sigma z - \sigma x$ olur.

Dolayısıyla bu eşitliği sağlayan θ_1 ve θ+90 olmak üzere iki açı vardır. Birbirlerine dik olan biri maksimum diğeri minimum gerilme doğrultuları vardır. Bu özel gerilmelere *asal gerilme* denir.

Aynı şekilde θ'ya göre τ kesme gerilmesinin türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde aşağıdaki denklem elde edilir.

$(\sigma_z - \sigma_x) \cos2\theta - 2\tau_{xz.}\sin\theta = 0$

$\mathrm{Sin}2\theta/\cos2\theta = (\sigma_z - \sigma_x)/ 2\tau_{xz} \quad => \quad \tan2\theta = (\sigma_z - \sigma x)/ 2\tau xz$

Ayrıca:

τ = 0 alınırsa;

$S_x = \sigma\cos\theta = \sigma_x.\cos\theta + \tau_{zx}.\sin\theta$ ise

$(\sigma - \sigma_x)\cos\theta = \tau_{zx}.\sin\theta$ dir.

$\tan\theta = (\sigma - \sigma_x)/\tau_{zx}$ olacaktır.

$S_z = \sigma\sin\theta = \sigma_z.\sin\theta + \tau_{zx}.\cos\theta$ ise

$(\sigma - \sigma_z)\sin\theta = \tau_{zx}.\cos\theta$ dir.

$\tan\theta = \tau_{zx}/(\sigma - \sigma_z)$ olacaktır.

$\tan\theta = (\sigma - \sigma_x)/\tau_{zx} = \tau_{zx}/(\sigma - \sigma_z)$ olduğuna göre;

$(\sigma - \sigma_x)(\sigma - \sigma_z) = \tau^2_{zx}$

$\sigma^2 - \sigma\sigma_x - \sigma\sigma_z + \sigma_x\sigma_z - \tau^2_{zx} = 0$

$\sigma^2 - \sigma(\sigma_x + \sigma_z) + \sigma_x\sigma_z - \tau^2_{zx} = 0$

$x^2 - bx + c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{(\sigma_x + \sigma_z)}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}$$

Bulunur. Böylece en büyük ve en küçük asal gerilmeler;

$$\sigma_{max,min} = \frac{(\sigma_x + \sigma_z)}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \qquad 2.6$$

$$\tau_{max,min} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \qquad 2.7$$

formülleri elde edilir. Bununla birlikte;

$x_1 + x_2 = -b/a$

$x_1.x_2 = c/a$

$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_z = I_1$

$\sigma_1 * \sigma_2 = \sigma_x\sigma_z - \tau^2_{zx} = I_2$

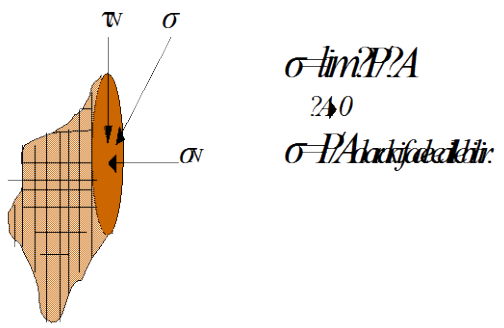
yazılabilir ki, I_1 ve I_2 bağıntılarına gerilme değişmezleri (invariant) denilmektedir.

Maksimum normal gerilmelerin etkidiği düzlem ile maksimum teğetsel gerilmelerin arasında 45^0'lik bir açı vardır. Kaya mekaniği ile ilgili bazı problemlerde bilinen σ_1 ve σ_3 asal gerilmelerinde asal düzleme olan θ açıları ile bu asal düzlemin normali σ ve teğeti τ olan gerilmeler aşağıdaki formül ile bulunur.

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 - (\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\theta \qquad 2.8$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)/2.\sin 2\theta \qquad 2.9$$

2.2. TEK EKSENLİ GERİLME ANALİZİ

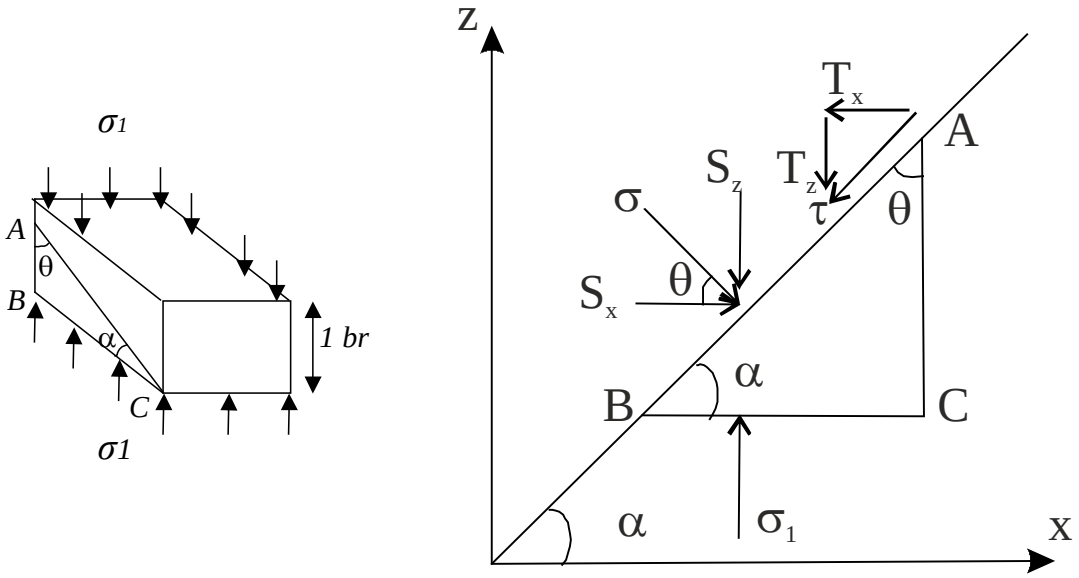


Şekil 5.Asal normal gerilmenin bileşenleri.

$$\lim_{\Delta A \to 0}\left(\frac{\Delta P}{\Delta A}\right)$$

σ=P/A

Bu bileşke gerilme $\sigma = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ gibi asal gerilmeler şeklinde tanımlanır. Kenar uzunluğu 1 br olan kare prizma üzerine σ_1 gerilmesi uygulandığında α açısı kadar eğimli bir yüzeydeki normal ve teğetsel gerilmelerin σ_1 asal, normal gerilme şiddetine göre tanımı yapılır ise aşağıdaki şekil elde edilir.



Şekil 6.Eğimli bir düzlem üzerine etkiyen gerilmeler.

ΣFx=0 => ΣFx = σ cosθ.c -τ sinθ.c=0

τ = σcosθ/sinθ 2.10

$\Sigma Fz=0 \quad => \quad \Sigma Fz = \sigma_1 a - \sigma \sin\theta c - \tau \cos\theta c = 0$

$\sigma_1 a/c - \sigma \sin\theta - \tau \cos\theta = 0$

$\sigma_1 \sin\theta - \sigma \sin\theta - \tau \cos\theta = 0$

$\sigma \sin\theta = \sigma_1 \sin\theta - \tau \cos\theta$ 2.11

Formül 2.10'daki τ kayma gerilmesi yerine 2.11'de bulduğumuz τ'yu koyalım.

$\sigma \sin\theta = \sigma_1 \sin\theta - \sigma \cos\theta \cos\theta / \sin\theta$

$\sigma \sin^2\theta = \sigma_1 \sin^2\theta - \sigma \cos^2\theta$

σ'ları eşitliğin bir tarafında toplayıp σ parantezine alırsak.

$\sigma(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \sigma_1 \sin^2\theta$

$\sigma = \sigma_1 \sin^2\theta$ 2.12

2.10'daki σ yerine 2.11 deki σ'yı koyarsak:

$$\tau = \frac{\sigma_1 sin\theta - \tau cos\theta}{sin\theta} \frac{cos\theta}{sin\theta}$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 sin\theta cos\theta - \tau cos^2\theta}{sin^2\theta}$$

$$\tau sin^2\theta = \sigma_1 sin\theta cos\theta - \tau cos^2\theta$$

$$\tau(sin^2\theta - cos^2\theta) = \sigma_1 sin\theta cos\theta$$

$$\tau = \sigma_1 sin\theta cos\theta \qquad 2.13$$

$\sin 2\theta = 2\cos\theta \sin\theta$

$$sin^2 2\theta = \frac{1 - cos2\theta}{2}$$

2.12 ve 2.13 denklemlere 2θ dönüşümlerini uygularsak;

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{2}(1 - cos2\theta) \qquad 2.14$$

$$\tau = \frac{\sigma_1}{2} sin2\theta \qquad 2.15$$

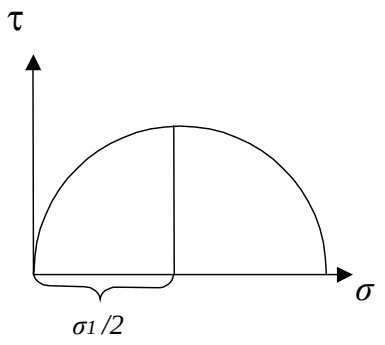
Bu iki denklemin karelerini alıp taraf tarafa toplar ve α'yı yok edersek:

$\sigma^2 - (\sigma_1/2)^2 + \tau^2 = (\sigma_1/2)^2$

$(x - xm)^2 + y^2 = r^2$

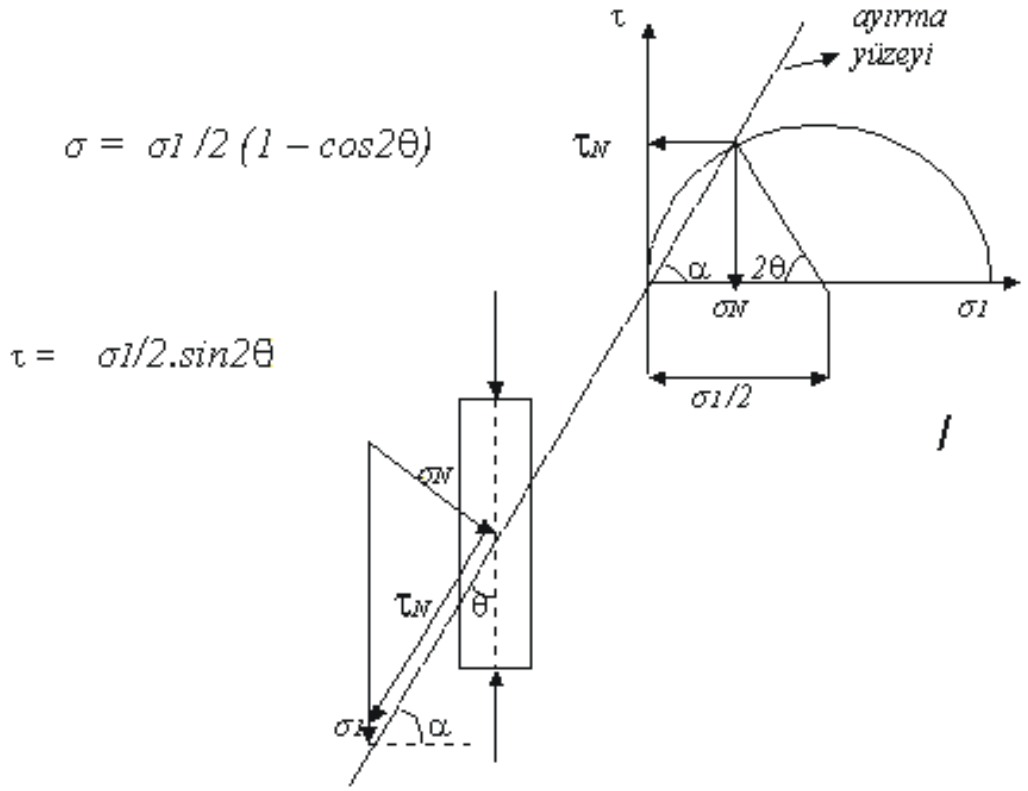
Bir daire denklemidir. Merkezi σ ekseni üzerinde σ_m kadar ötelenmiş olan $\sigma_1/2$ yarıçaplı daire aşağıdaki gibidir.

x eksenine σ ve y eksenine τ yazılarak yapılan bu gösterme şekline MOHR diyagramı denir. Şu halde bir cismin içindeki tüm ayırma yüzeylerine etkiyecek olan normal ve teğetsel gerilmelerin şiddeti bir daire olarak ifade edilebilir.



Şekil 7.Tek eksenli gerilmede Mohr diyagramı

Aşağıda bir kaya için Mohr diyagramından yararlanılarak σN ve τN değerlerinin çıkarılışı gösterilmektedir. Burada incelenen yüzeyin eğimi yerine daha genel bir ifade oluşu nedeniyle bu yüzeyin σ1 asal gerilmesi ile yaptığı açı olan θ'dan hareket edilmektedir



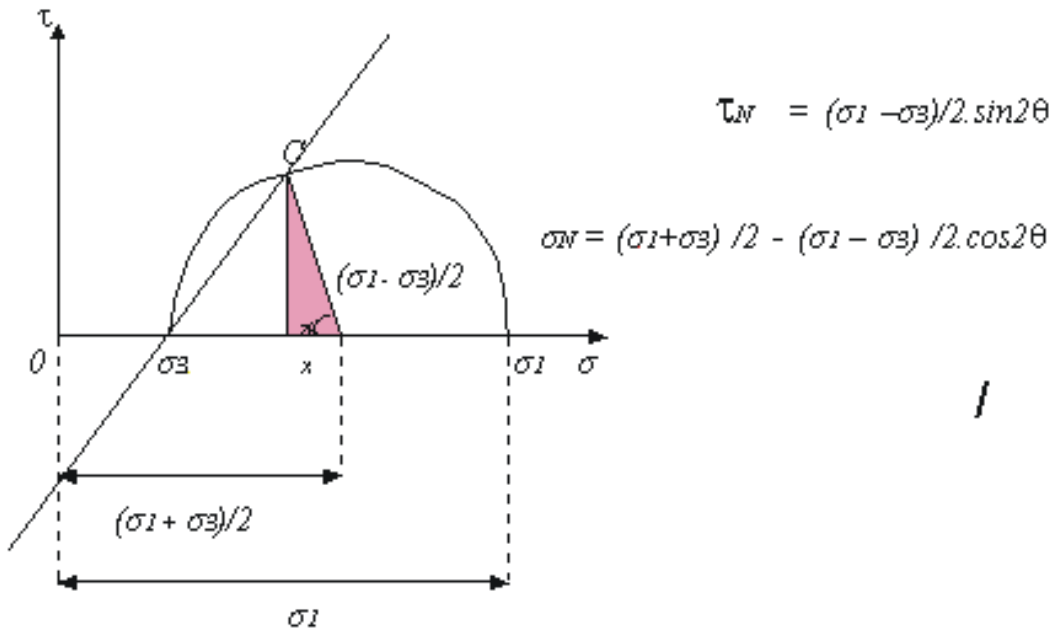
Şekil 8.Tek eksenli gerilmede σ, τ ayırma yüzeyleri ve Mohr dairesi

2.3. İKİ EKSENLİ GERİLME ANALİZİ

Farklı şiddetlerdeki iki asal gerilmenin etkisinde kalan cisimde düzlemsel gerilmeler olur. Bu gerilmeleri de Mohr diyagramında göstermek mümkündür. Bu dairenin denklemi tek eksenli gerilmeye benzer olarak aşağıdaki gibidir.

$$\sigma^2 + [(\sigma_1 + \sigma_3)/2]^2 + \tau^2 = [(\sigma_1 - \sigma_3)/2)^2 \quad , \sigma 1 > \sigma 3 \qquad 2.16$$

Büyük asal gerilme olan σ_1 ile θ açısı yapan herhangi bir yüzeyi üzerine etkiyen normal (σ) ve teğetsel (τ) gerilmelerinin şiddeti bu bilinen σ_1 ve σ_3 gerilmelerine göre aranacak olur ise aşağıdaki taralı üçgenden yararlanılarak elde edilir.



Şekil 9. İki eksenli gerilmede σ, τ ayırma yüzeyleri ve Mohr dairesi

Dairenin orijinden olan uzaklığı $(\sigma_1+\sigma_3)/2$'den ve yarıçapı $(\sigma_1-\sigma_3)/2$ formülünden hesaplanır. Gerilme farkı büyüdükçe dairenin çapı büyür. Bu gerilme farkına <u>deviyatör gerilme</u> denmektedir.

2.4. ÜÇ EKSENLİ GERİLME ANALİZİ

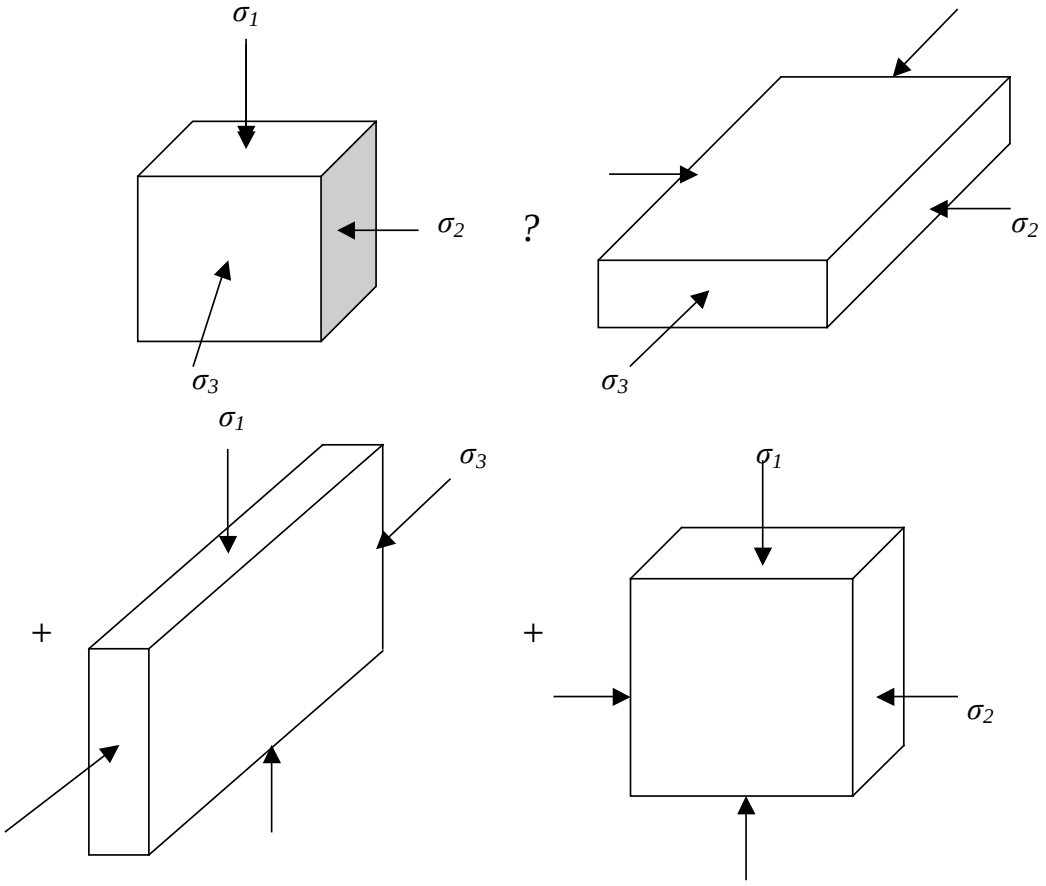
Üç eksenli gerilme durumunda cisme $\sigma 1$, $\sigma 2$, $\sigma 3$ normal gerilmeleri (asal gerilmeler) etki etmektedir. Seçilen kesit yüzeyinin sırayla α, β, γ açılarını yaptığını göz önüne alırsak:

$$\sigma = \sigma_1 \cos 2\alpha + \sigma_2 \cos 2\beta + \sigma_3 \cos 2\gamma \qquad 2.17$$

$$\tau^2 = (\sigma_1-\sigma_2)^2\cos2\alpha \,.\cos2\beta + (\sigma_2-\sigma_3)^2\cos2\beta\cos2\gamma+(\sigma_3-\sigma_1)^2\cos2\gamma\cos2\alpha \qquad 2.18$$

bağıntıları elde edilir.σ ve τ gerilmelerini Mohr diyagramından yararlanılarak bulmak için önce değişik asal normal gerilme düzlemlerindeki her biri iki eksenli gerilme durumuna karşılık gelen

$\Delta\sigma_1 = (\sigma_1-\sigma_3)$, $\Delta\sigma_2 = (\sigma_1-\sigma_2)$, $\Delta\sigma_3 = (\sigma_1-\sigma_3)$ çaplı daireler çizilir.



Şekil 10.Üç eksenli gerilmede uygulanan kuvvet çiftleri

Böylece asal-normal gerilme düzlemleri içinde oluşabilecek sınır, değerleri elde edilir.α, β, γ açık yüzeyinin üzerine rastlayanσ ve τ gerilmelerinin değerleri ise bu üç daire arsında kalan bölgede yer almalıdır.

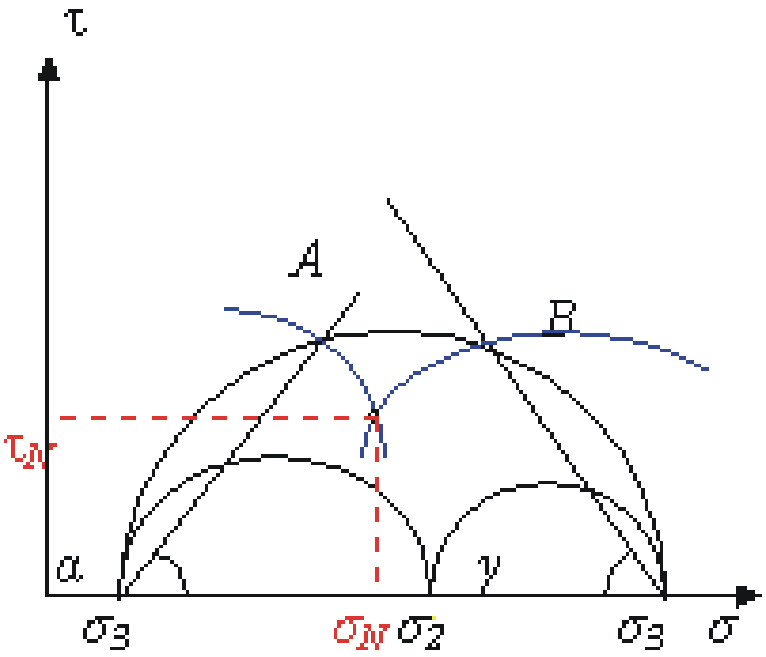
<u>Bu değerlerin çizim yoluyla bulunması:</u>

1- α ve γ açıları yardımıyla büyük çember üzerindeki A ve B noktaları belirlenir.

2- $\Delta\sigma_3$ çaplı dairenin merkezinden ve A'dan geçen $\Delta\sigma_2$ çaplı dairenin merkezinden ve B'den geçen çemberler çizilir.

3- Bu çemberlerin kesiştiği S noktasının σ ve τ değerleri aranan büyüklüklerdir.

Ancak mühendislikte pek çok problem iki boyutlu analizlerle çözülmeye çalışıldığı için en güvensiz olan $\Delta\sigma_1$ çaplı daire üzerinde yapılan değerlendirmeler yeterli olur uygulamada σ_2 gerilmesinin etkisi pek göze alınmaz. Ortamı en büyük deviyatör gerilmenin ($\Delta\sigma_1$) tek başına zorladığı varsayılır.

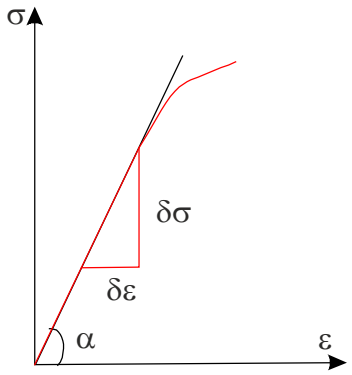


Şekil 11.Gerilme farklarının çizim yoluyla bulunması

3. GERİLME-DEFORMASYON İLİŞKİLERİ

Elastik cisimlerin gerilme altındaki deformasyonlarını kontrol eden parametrelere *elastik parametreler* denir. Kayaçlardaki deformasyon bu parametrelere bağlıdır. Bu parametreler; elastisite modülü, poisson oranı, kayma modülü ve kompressibilite (hacimsel sıkışabilirlik)'dir.

Elastisite Modülü (E): Hooke kanununa göre mükemmel elastik cisimlerde deformasyon gerilmenin lineer bir fonksiyonudur. Elastisite modülü kayalarda tek eksenli basınç deneyi yapılırken belirlenir. Deney sırasında uygulanan yük manometreden okunurken, deformasyonlar "strain gouge"dan okunur. Poisson oranının belirlenebilmesi için eksenel deformasyonun yanında yanal deformasyonun yanında yanal deformasyonun da okunması gereklidir.



Şekil 12.Kayalarda gerilme – deformasyon ilişkisi

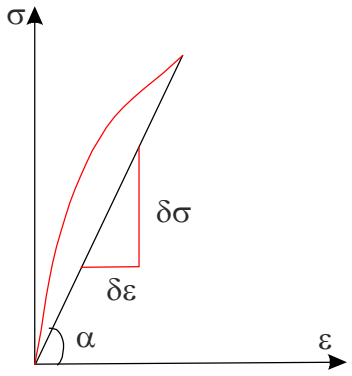
Gerilme deformasyon ilişkisinde cisimler mükemmel elastiklik göstermezler. Buna göre dört elastisite modülü ayırtlamak mümkündür.

$E = \sigma/\varepsilon$ 3.3

$E = \tan\alpha$, $(E = \delta\sigma/\delta\varepsilon)$ 3.4

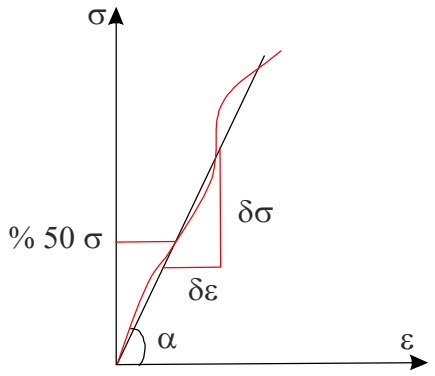
a. Sekant (Kiriş) Elastisite Modülü: Kayacın geniş bir gerilme bölgesinde ortalama bir davranışı için kullanılır.

$Es = \partial\sigma / \partial\varepsilon$ 3.5



Şekil 12. Sekant elastisite modülü

b. Tanjant (Teğetsel) Elastisite Modülü: %50 gerilme için çizilen teğetin eğimi tanjant elastisite modülünü verir.

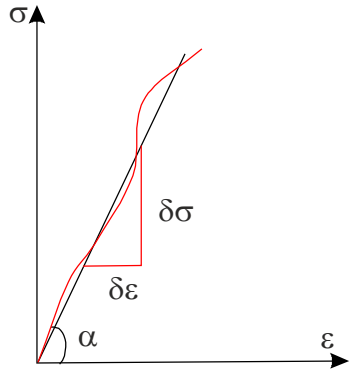


Şekil 13. Tanjant elastisite modülü

$$Et = \partial\sigma / \partial\varepsilon \qquad 3.6$$

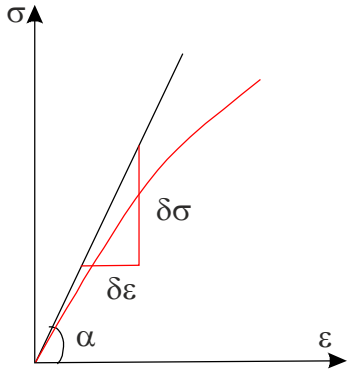
c. Ortalama Elastisite Modülü: Bu elastisite modülünde gerilme deformasyon eğrisinin doğrusal bölümünün eğimi hesaplanır.

$$Eav = \partial\sigma / \partial\varepsilon \qquad 3.7$$



Şekil 14. Ortalama elastisite modülü

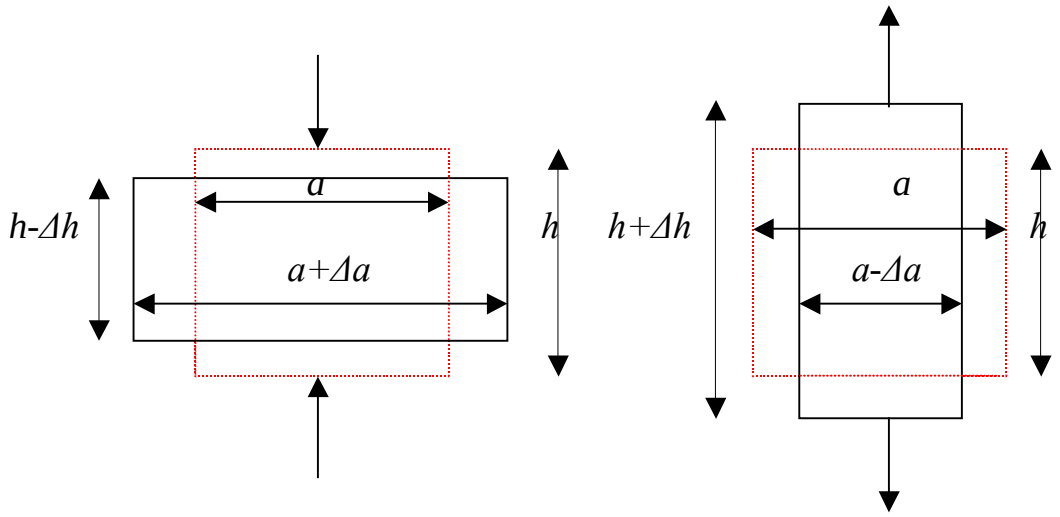
d. Başlangıç Elastisite Modülü: Gerilme- deformasyon eğrisinin başlangıç kısmına çizilen teğetin eğimidir. Bu elastisite modülü kazılabilirlik için önemlidir.



Şekil 15. Başlangıç elastisite modülü

Poisson Oranı (υ): Basınç ve çekme kuvvetleri ile kayaçlardan eksenel ve yanal şekil değişiklikleri meydana gelir. Basınç gerilmesi uygulandığında uzunluğu a iken a+Δa, yüksekliği h iken h-Δh olur (Şekil 16).

$\upsilon = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ 3.8



Şekil 16. Başlangıç elastisite modülü

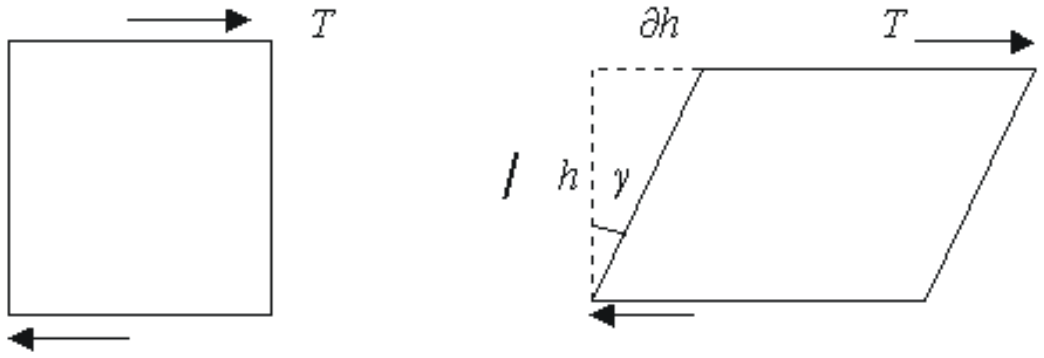
Tablo 1. Basınç ve çekme kuvveti altındaki deformasyon oranları

	Çekme	Basınç
Eksenel şekil değişikliği	$\varepsilon_1 = \Delta h / h$ (uzama)	$\varepsilon_1 = - \Delta h / h$ (kısalma)
Yanal şekil değişikliği	$\varepsilon_2 = \Delta a / a$ (daralma)	$\varepsilon_2 = - \Delta a / a$ (genişleme)

Kayma (rijidite) Modülü (G): N normal bileşeni σ gerilmesini, kayma kuvveti adnı alan T teğetsel bileşeni ise kesit düzlemi için τ kayma gerilmesini meydana getirir.

$G = \tau/\gamma$ 3.9

Kayma kuvveti bir cisim üzerine etkidiği zaman aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi değişikliğe uğrar.



Şekil 17. Kayma kuvveti altında şekil değişmesi

Yani boyutlar değişmemekle beraber açılar bozulur ve 90°'lik açılarγ açılarına dönüşür. Radyan cinsinden ifade edilen bu çok küçük açı:

$$\gamma = \tan\gamma = \Delta h / h$$

olup boyutsuzdur. Kayma gerilmesi altındaki şekil değiştirmelerde gerilmenin belli bir değerine kadar eksenel şekil değiştirmeler gibi Hooke kanununa tabidir. Kaymadaki şekil değişikliği kendilerini meydana getiren kayma gerilmeleri ile orantılıdır. $\tau = G.\ \gamma$ Kayma modülü kayacın cinsine bağlıdır. Birimi gerilmenin birimine eşittir. Elastisite modülü, poisson oranı ve kayma modülü arasında aşağıdaki ilişki vardır.

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \qquad 3.10$$

Kompressibilite (χ): İlk hacmi V olan bir cisme gerilme uygulandığında ΔV kadar bir deformasyon meydana geldiği kabul edilirse yani hidrostatik basıncın değişimine karşılık hacim değişimi;

$$\aleph = \frac{1}{V}\frac{\delta V}{\delta P} \qquad 3.11$$

bağıntısı elde edilir. Kompressibilitenin tersi yani sıkışmazlık Balk modülü olarak bilinir.

$$\kappa = -1/\chi \qquad 3.12$$

$$\kappa = -V\delta P/\delta V$$

$$\kappa = \rho\delta P/\delta\rho \qquad 3.13$$

Balk modülü ve kayma modülü ile elastisite modülü ve poisson oranı arasındaki ilişkiden Lame sabiti bulunur;

$$\kappa = E/(3(1-2\upsilon)) \text{ ve } G=E/(2(1+\upsilon)$$

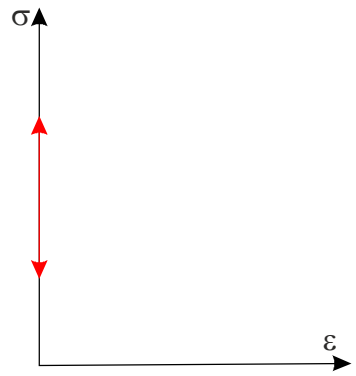
$$\lambda = \kappa - 2/3G = E\upsilon/(1-2\upsilon)(1+\upsilon) \qquad 3.14$$

4. CİSİMLERİN MEKANİK DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

Kuvvetler altında cisimler beş tip davranış gösterirler.

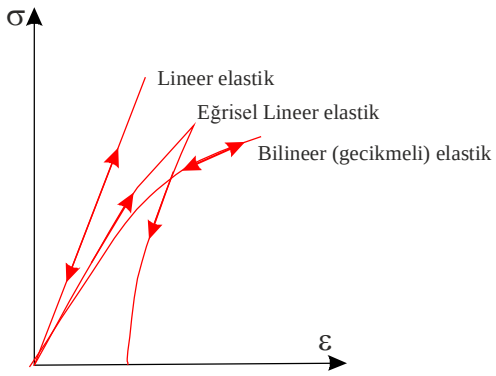
1. Rijit Davranış: Bir yük altındaki katı davranıştır. İdeal rijit cisimlerde ideal gerilmeyle hiçbir deformasyon meydana gelmez ve şekil değişikliği olmaz.

$\sigma 1$ için $\varepsilon=0$ ve σN için $\varepsilon=0$



Şekil 18. Rijit davranış

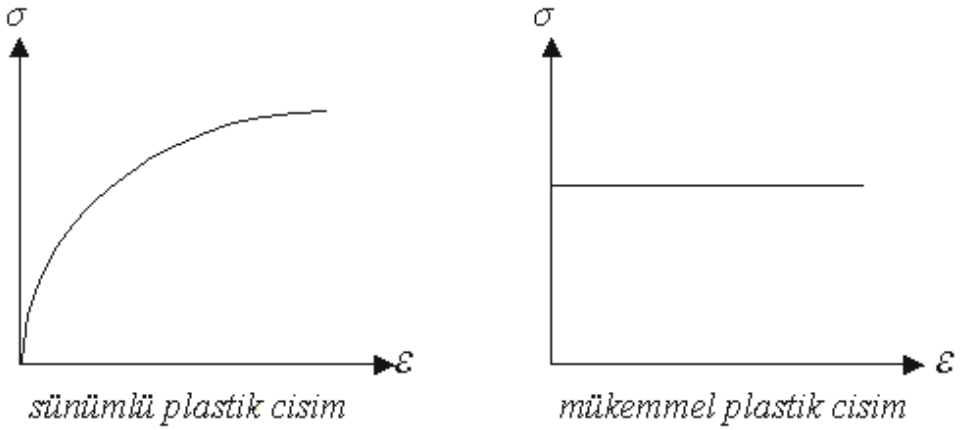
2. Elastik Davranış: Mükemmel elastik cisimlerde deformasyon gerilmenin lineer bir fonksiyonudur. Elastik sınıra kadar lineer ilişki ile elastik davranış Bu noktadan itibaren de plastik davranış başlar. Plastik davranış bölgesine girmiş bir cisim veya kayaya yük uygulanması devam ederse kırılma meydana gelir. Elastik davranışta meydana gelen şekil değişikliği geriye dönüşlü olmasına karşılık plastik davranışta şekil değişikliği kalıcıdır. Elastik davranış gösteren cisimlere *gevrek cisim* denir. Cisimler elastik bölgede bir miktar plastik davranış da gösterebilir.



Şekil 19. Elastik davranış türleri

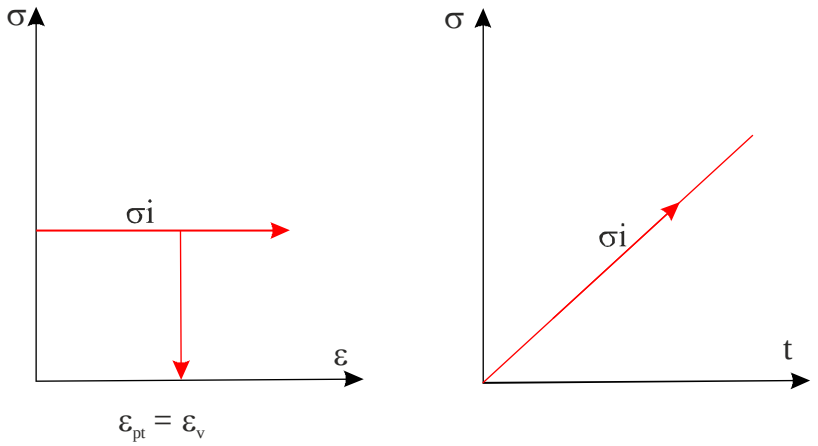
3. *Plastik Davranış:*

Elastik sınırın aşılması ile plastik davranış başlar. Gerilmesi kaldırıldığı zaman şekil değişikliği ortadan kalkmaz. Uzun süre akma gösteren plastik cisimlere *sünümlü (pekleşen) cisimler* denir. Gerilmenin sonlu bir değeri için σ'nın sabit kalması halinde deformasyonun sürekli arttığı cisimlere *mükemmel plastik cisimler* denir. Zamandan bağımsız olarak düşünüldüğünde viskoz davranışın etkisi de plastiktir.



Şekil 20. Plastik davranış türleri

4. *Viskoz Davranış:*



Şekil 21. Viskoz davranış

ε_{pt} = Zamana bağlı plastik boy değişimi

Sabit gerilmeler altında ve zamanla sıvıya benzer özellikteki kalıcı deformasyonlardır. Akışkan ile katı cisim arasında yer alır. Viskoz davranış gösteren cisimler kendi ağırlıklarıyla zamana bağlı şekil değiştirirler. σi sabit iken ε zamanın bir fonksiyonu olarak diyagramları çizilir.

5. *Karışık Tip Davranış:* Rijit, elastik, plastik veya viskoz davranışların bir kısmının veya hepsinin bir arada görüldüğü davranışlardır.