

HİD 254 *GÖZENEKLİ ORTAM* *HİDROLİĞİ*



Dr. Mehmet EKMEKÇİ

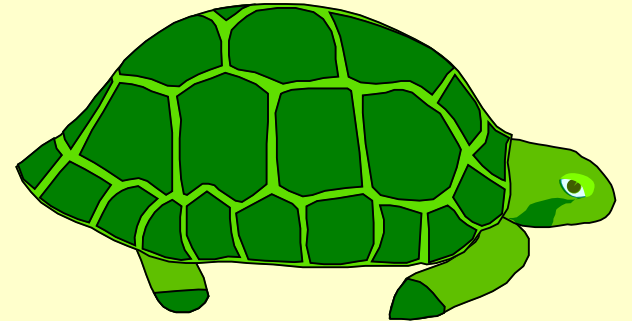


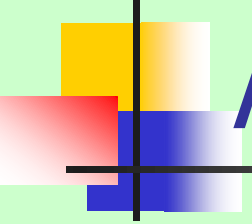
BÖLÜM 1

AKIŞKANLAR

AKIŞKANLAR STATİĞİ

Temel İlkeler





AKIŞKANIN TANIMI

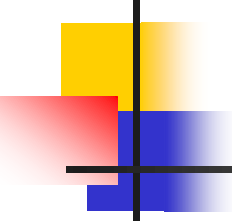
Maddeler katılar ve akışkanlar olmak üzere iki ana gruba ayrılırlar.

Akışkanlar, akabilen maddelerdir.

Bu anlamda sıvılar ve gazlar akışkan olarak tanımlanırlar.

Akışkanlar, sürekli şekil değiştirirler ve gazlar bulundukları kabın hacmine eşit bir boyut kazanırlar.

Gerek katı gerekse akışkanlardan oluşan sürekli ortamlara uygulanan mekanik, uygun kuvvet yasaları ile birlikte kullanılan Newton'un hareket yasalarını temel almaktadır. Katılarda olduğu gibi, akışkanlar içinde bu temel yasaların özel biçimleri geliştirilmiştir.



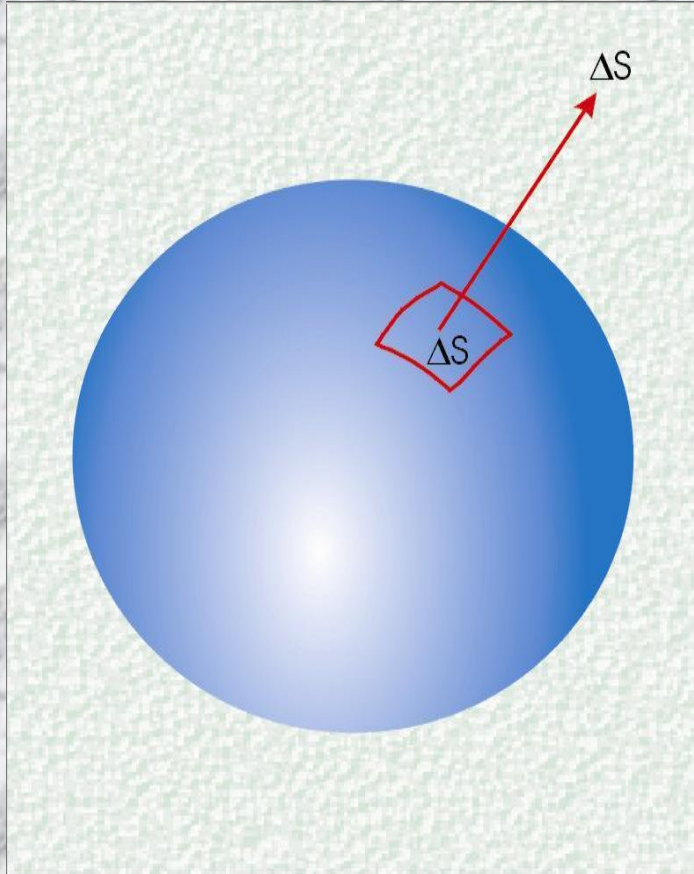
Akışkanın Özellikleri

Basınç ve Yoğunluk:

Herhangi bir kuvvetin bir katı ile bir akışkan üzerine yapacağı etki farklı olmaktadır.

Katı için, kuvvetin yönü önem taşımazken, akışkan için kuvvetin daima akışkan yüzeyine dik etkimesi gerekir.

Çünkü, bir akışkan teğetsel kuvvetin etkisiyle şekil değiştirir. Akışkan katmanları birbirini üzerine kayarak teğetsel kuvvete karşı tepki gösterir.

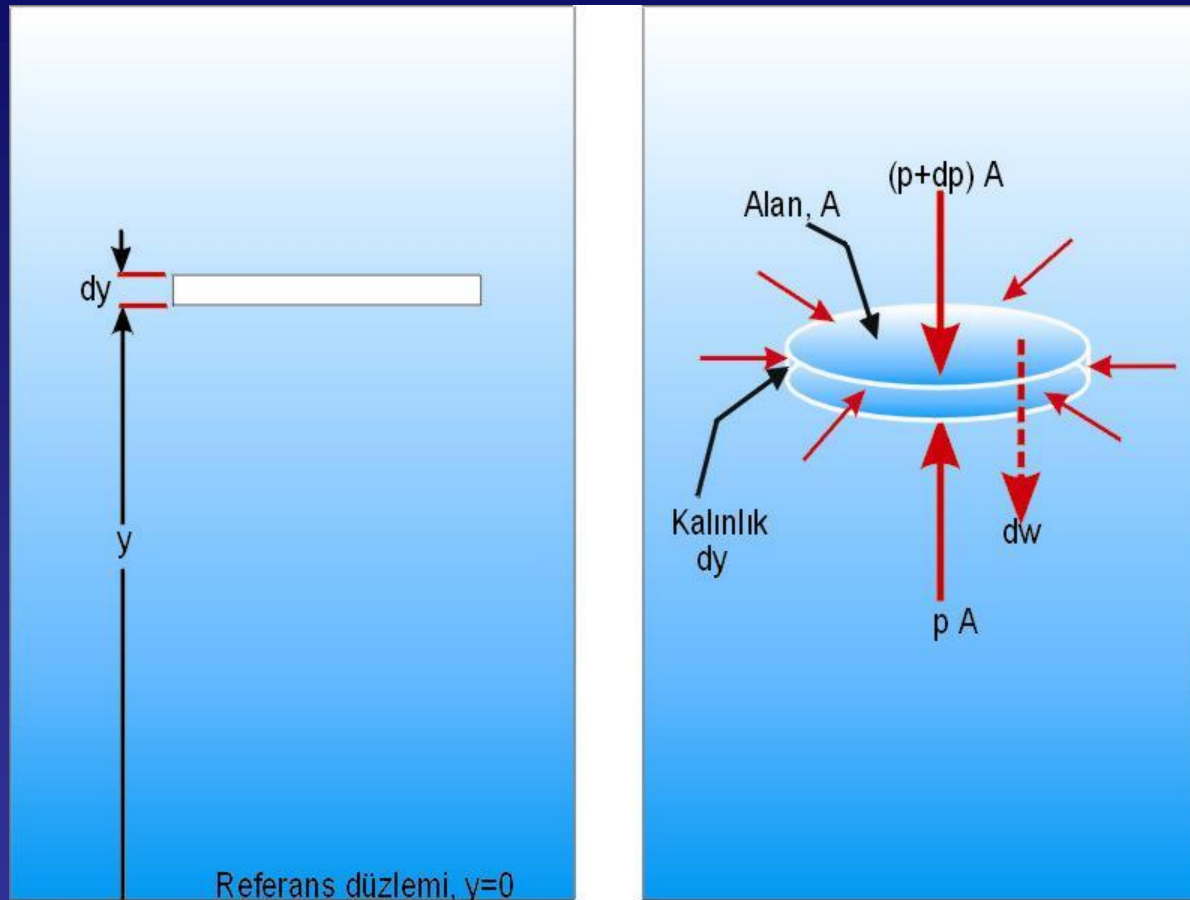


$$\Delta F = P \Delta S$$
$$P = \Delta F / \Delta S$$

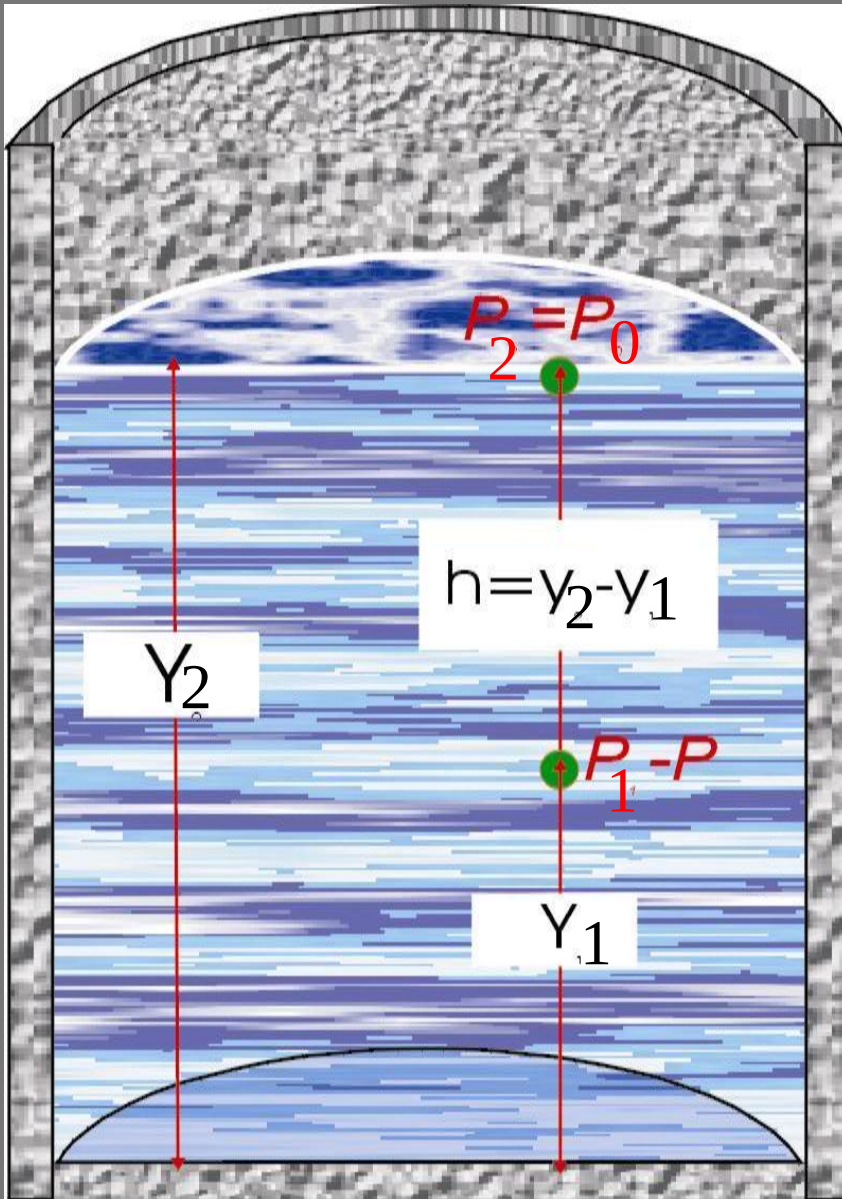
$$P = \lim \Delta F / \Delta S$$

Bu nedenle, bir akışkana etkiyen kuvveti, basınç (P) cinsinden ifade etmek daha uygundur. Basınç, birim yüzeyalanına dik yönde etkiyen kuvvet olarak tanımlanır. Basınç, katı sınırlara veya akışkanın herhangi bir kesit alanından bu sınır veya yüzeylere her noktada dik açı yaparak iletilir. Basınç skaler bir büyüklüktür .

a) Hareketsiz bir akışkanın küçük hacim elemanı b) elemanın üzerindeki kuvvetler



$$\begin{aligned} pA &= (p + dp) A + dw \\ &= (p + dp) A + \rho g A dy \\ dp/dy &= -\rho g \end{aligned}$$



$$dp = -\rho g dy$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dp = \int_{Y_1}^{Y_2} \rho g dy$$

$$P_2 - P_1 = - \int_{Y_1}^{Y_2} \rho g dy$$

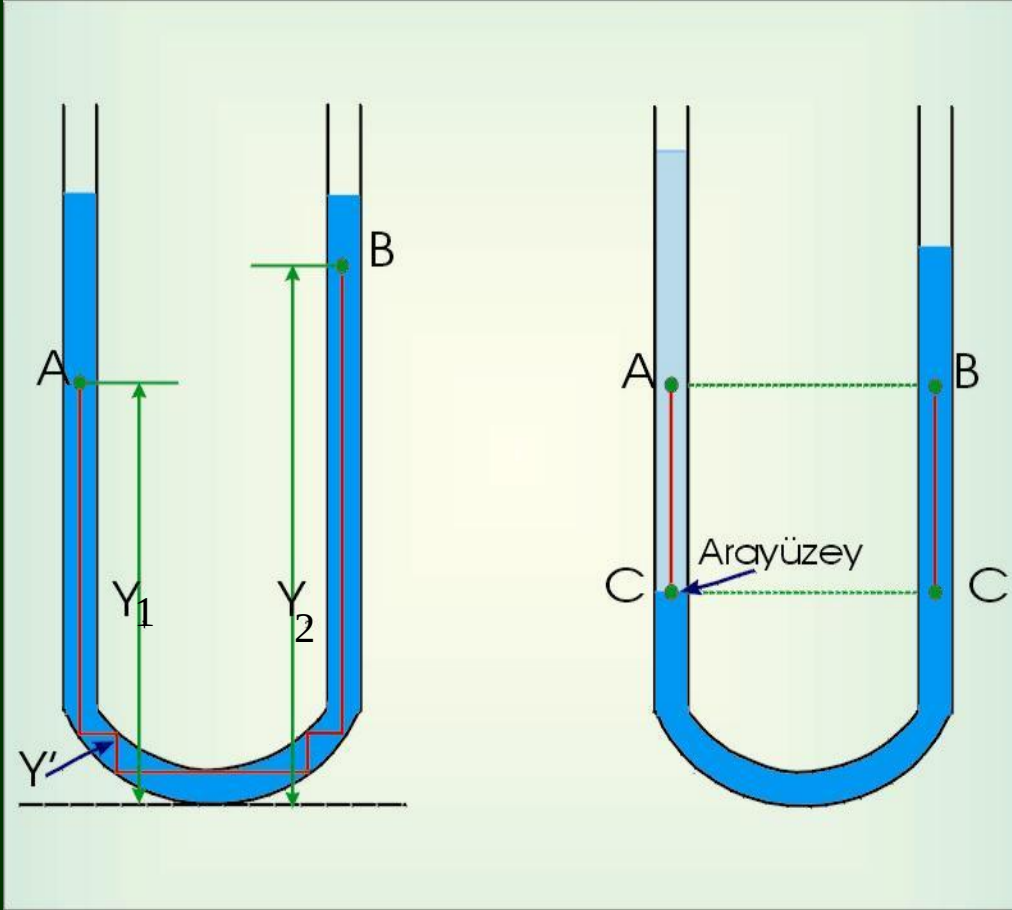
$$P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

$$P_0 - P = -\rho g (y_2 - y_1)$$

$$P = P_0 + \rho g h$$

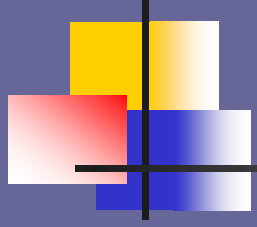
$$P = \rho g h$$

$$P = \gamma h \Rightarrow h = P / \gamma$$



Tüp homojen bir sıvı ile dolu olsun. A ile B noktalarını dikkate alırsak; A dan B ye zigzaglar çizerek bir yol çizebiliriz. Bu durumda A ile B noktaları basınçları arasındaki her y' kısım için meydana gelen fark $\rho g y'$ kadardır. Bu farkın düşey yönde geçerli olduğu, yatay yönde ise aynı kaldığını biliyoruz. Dolayısıyla, $P_B - P_A$ basınçları arasındaki fark AB arasındaki her parçanın toplamının ρg ile çarpımı, yani $\rho g(y_2 - y_1)$ kadardır.

Eğer U tüpü karışmayan iki sıvı ile doluyorsa; örneğin tüpün sağ kolunda yoğun bir sıvı, sol kolunda ise daha az yoğun bir sıvı bulunuyorsa bu durumda, tüpün sağ ve sol kolunda, belirli bir referans düzlemine göre aynı yükseklikte (veya aynı derinlikte) bulunan iki noktadaki basınçlar birbirine eşit olmayacaktır. Şekilde, sol koldaki sıvı yüzeyi sağ koldaki sıvı yüzeyinden daha yüksektir. A noktasındaki basınç, B noktasındakinden daha **büyük** olacaktır. Ancak C-A arasındaki **basınç farkı** ile C-B arasındaki basınç farkı **aynı değildir**. Yani, C'den A'ya yükseldikçe basınçta meydana gelen düşüş, C'den B'ye yükselirken meydana gelen basınç düşüşünden daha azdır. Çünkü, A noktasını C noktasına bağlayan birim kesit alanlı sıvı sütununun ağırlığı, karşıdaki B-C noktalarını birleştiren sıvı stununun ağırlığından daha küçüktür

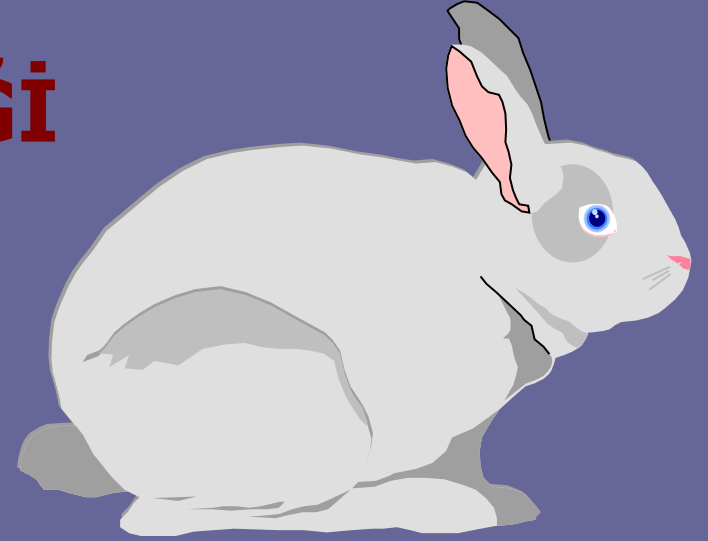


BÖLÜM 1

AKIŞKANLAR

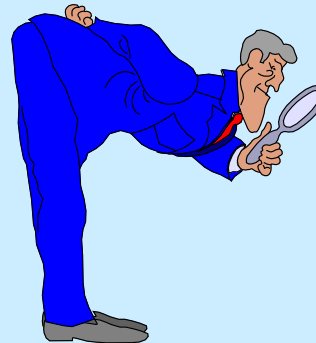
AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ

Temel İlkeler



Akışkan Akışının Temel Kavramları

- J. L. Lagrange (1736-1813) yaklaşımı:
Her akışkan taneciğinin x, y, z konumu
her t için belirlenir (akışkan taneciği izlenir)
- L. Euler (1707-1783) yaklaşımı:
Belirli bir x, y, z noktasında her t için
bütün akışkan tanecikleri izlenir



Akışkan Akışı

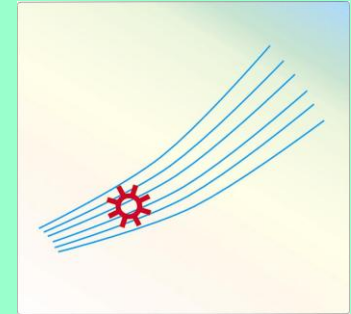
1-Karalı/Kararsız

Hız sabit/değişken



2-Rotasyonel/İrrotasyonel

Net açısal hız var/yok



3-Sıkışabilir/Sıkışmayan

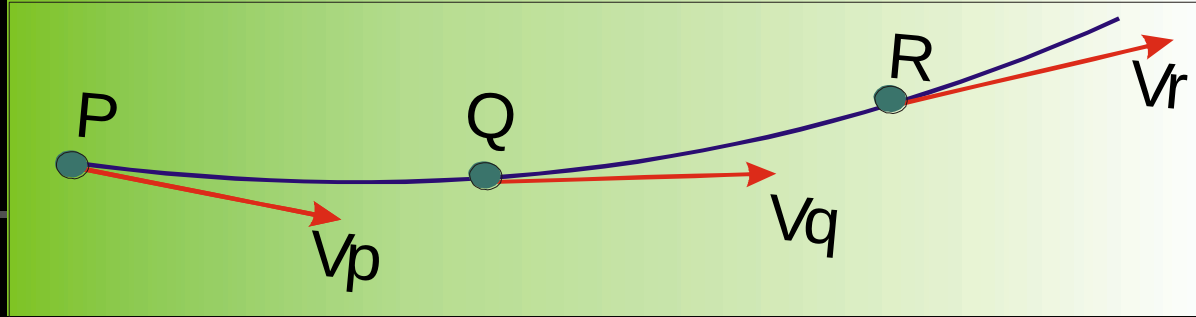
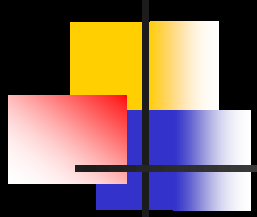
Yoğunluk değişir/değişmez



4-Viskoz/Viskoz olmayan

Viskozite önemli/önemsiz

AKIM ÇİZGİSİ



Kararlı akımda, belirli bir noktadaki v hızı zamanla değişmez.

P noktasında V zaman içinde değişmediğinden,

P noktasına ulaşan her akışkan taneciği buradan aynı hız ve aynı yönde geçecektir.

Aynı durum Q ve R noktası için de geçerlidir.

Taneciğin gittiği yol izlenirse, ortaya çıkan eğrinin P noktasından geçen her taneciğin yolu olduğu anlaşılır. Bu eğriye akım çizgisi adı verilir.

Bir akım çizgisi, akışkan taneciklerinin hızlarına her noktada paraleldir.

Akım çizgileri hiçbir şekilde birbirlerini kesmezler.

Çünkü, eğer kesişirlerse, arkadan gelen akışkan taneciği şu veya bu yönde hareket edebilir, böylece akış kanalı akış olmaktan çıkar.

Kararlı akım koşullarında, akım çizgilerinin konumu duraylıdır, zamanla değişmez.

AKIM TÜPÜ

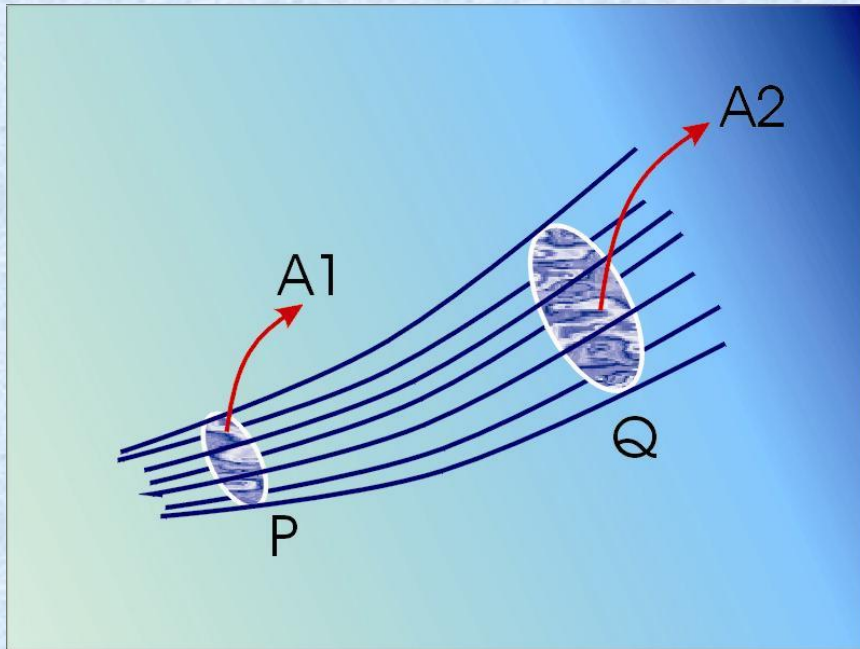


Kuramsal olarak akışkanın her noktasında bir akım çizgisi geçirilebilir. Kararlı akım koşullarının geçerli olduğu bir akışkan ele alalım. Belirli sayıda akım çizgilerini şekildeki gibi düzenlemiş olalım. Tüp şeklindeki bu dizilime **akım tüpü** adı verilir. Bu türden bir akım tüpünün sınırlarını da akım çizgileri oluşturur ve her zaman bu akım çizgileri akışkan taneciklerinin hızlarına paraleldir. Bu nedenle, **hiçbir akışkan taneciği akışkan tüpünün duvarından geçmez.** Akım tüpü, aynı şekile sahip bir boru davranışı gösterir. Bir uçtan giren akışkan ancak diğer uçtan çıkabilir.

Süreklilik Eşitliği

P 'deki kütle akısı = $\rho_1 A_1 V_1$ ve

Q 'daki kütle akısı = $\rho_2 A_2 V_2$



Giren Kütle Miktarı = Çıkan Kütle Miktarı

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

P Kesiti

Yoğunluk ρ_1

Hız V_1

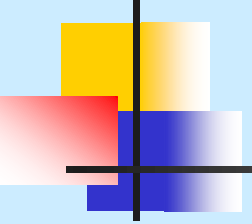
Alan A_1

Q Kesiti

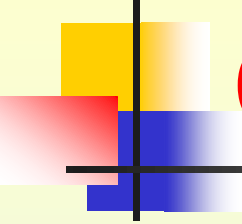
Yoğunluk ρ_2

Hız V_2

Alan A_2

- 
-
- Sıkışmayan Akışkan Akışı
 - Akım çizgileri ve akım tüpleri
 - Süreklilik Eşitliği

Bilindiğine göre



Çıkarsanabilecek yasalar

- Momentumun Korunumu
 - Euler Eşitliği
- Enerjinin Korunumu
 - Bernoulli Eşitliği
- Bernoulli Eşitliğinin Uygulamaları

Bkz. Akışkanlar Mekaniği Ders Notu ve Kitapları

Momentum Eşitliği

Newton'un İkinci Yasasına Göre:

Bir taneciğin Momentumunun değişimi= Taneciğe etki eden kuvvetler

Uzayda bir akım tüpünün sonsuz küçük bir dilimini dikkate alalım



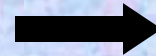
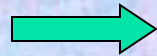
Bu akım tüpündeki akışkan taneciklerinin momentumları, ancak bu taneciklere etki eden kuvvetler nedeniyle değişebilir

Momentum Eşitliği (devam)

Giren Kütle = Çıkan Kütle

$$\rho VA = (\rho + d\rho)(V + dV)(A + dA)$$

Yoğunluk ρ
Hız V
Alan $= A$

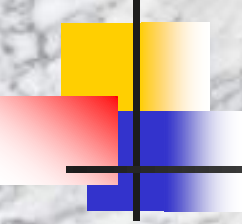


Yoğunluk $\rho + d\rho$
Hız $V + dV$
Alan $= A + dA$

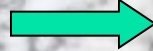
Giren Kütlenin Momentumu =
Giren Kütle x Hız kadardır.
Giren Momentum = $\rho V^2 A$

Çıkan Kütlenin Momentumu =
Giren Kütle Miktarı x Hız kadardır.
Çıkan Momentum = $\rho VA (V + dV)$

Momentum Eşitliği (Devam)



Yoğunluk ρ
Hız V
Alan $= A$



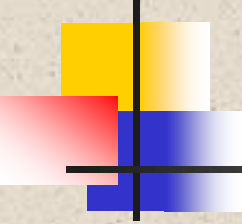
Yoğunluk $\rho + d\rho$
Hız $V + dV$
Alan $= A + dA$

Giren Kütlenin Momentumu =
Giren Kütle x Hız kadardır.
Giren Momentum = $\rho V^2 A$

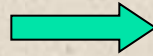
Çıkan Kütlenin Momentumu =
Giren Kütle Miktarı x Hız kadardır.
Çıkan Momentum = $\rho VA (V + dV)$

Bu dilimdeki net momentum değişim miktarı =
Çıkan Momentum – Giren Momentum
= $\rho VA (V + dV) - \rho V^2 A = \rho VA dV$

Momentum Eşitliği (devam..)



Yoğunluk ρ
Hız V
Alan $=A$



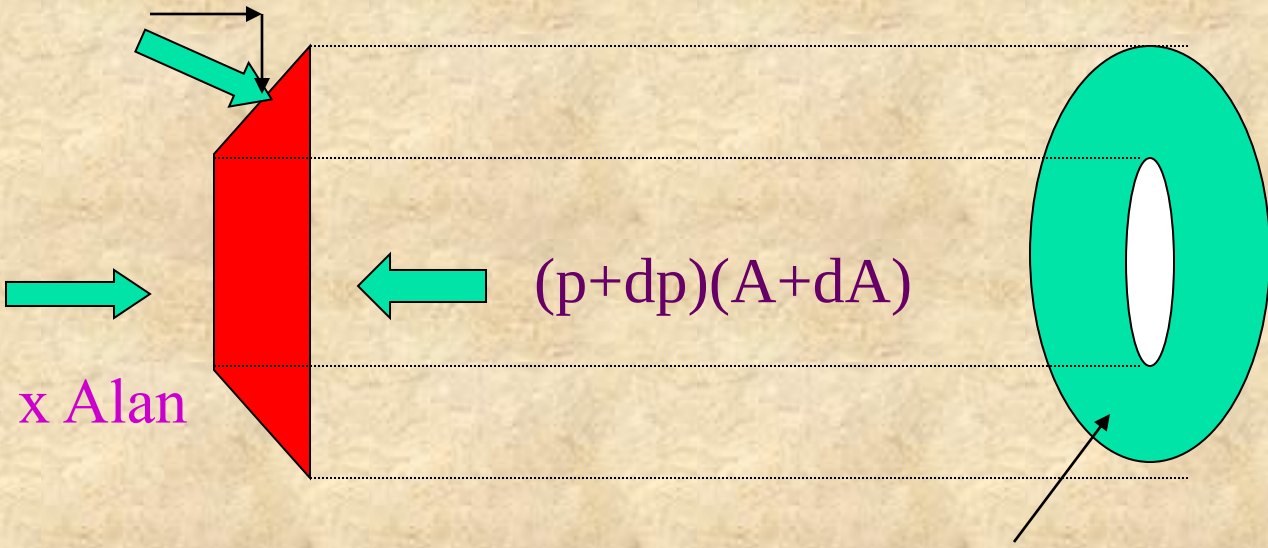
Yoğunluk $\rho+d\rho$
Hız $V+dV$
Alan $=A+dA$

Akışkan tanecikleri bu dilimden geçerken momentumlarında meydana gelen değişim miktarı $= \rho VA dV$

Newton Yasasına Göre, Bu Momentum Değişiminin Nedeni
Bu Akım Tüpü Üzerinde Etkili Olan Kuvvetlerdir.

Akım Tüpüne Etki Eden Kuvvetler

$$\text{Yatay Kuvvet} = \text{Basınç} \times \text{Halkanın Alanı} = (p + dp/2)dA$$

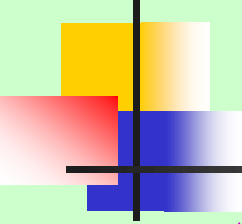


Basınç x Alan
 $= pA$

$$\text{Halkanın Alanı} = dA$$

$$\text{Net Kuvvet} = pA + (p + dp/2)dA - (p + dp)(A + dA) = -Adp - dp \cdot dA/2 \approx -Adp$$

İki küçük sayının çarpımı



Momentum Eşitliği

Akım Tüpünden Geçerken Akışkan Tanecillerinin
Momentumlarındaki Değişim = $\rho A V dV$

Akım Tüpüne Etkiyen Kuvvet = **$-A dp$**

Burada viskozite, yerçekimi, elektriksel ve magnetik kuvvetler
gibi diğer tüm kuvvetler ihmal edilmiştir.

İki Etken Eşitlenirse:

$$\rho V dV + dp = 0$$

Bu eşitlik **Euler Eşitliği** Olarak Bilinmektedir.

Bernoulli Eşitliği

Euler eşitliği: $\rho V dV + dp = 0$

Sıkışmayan Akışkanlar için integrali alınırsa :

$$\rho \int V dV + \int dp = 0$$

Veya,

$$\frac{1}{2} \rho V^2 + p = \text{Sabit}$$

Kinetik Enerji + Basınç Enerjisi = Sabit

← Bernoulli
Eşitliği

Bernoulli Eşitliği

Gözenekli Ortam Hidroliği
Dr. Mehmet Ekmekçi

İŞ-ENERJİ TEOREMİ

$\dot{I}ş=W=Fx=m.a.x$ (sabit kuvvet için)

(Değişken kuvvet için)

$$a = \frac{V - V_0}{t} \quad \text{ve} \quad x = \left(\frac{V + V_0}{2} \right) t \quad \text{ise}$$

$$W = m \left(\frac{V - V_0}{t} \right) \left(\frac{V + V_0}{2} \right) t = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \text{Kinetik Enerji}$$

$$W = \int_{x_0}^x F \cdot dx = \int_{x_0}^x F dx$$

$$F = m \cdot a$$

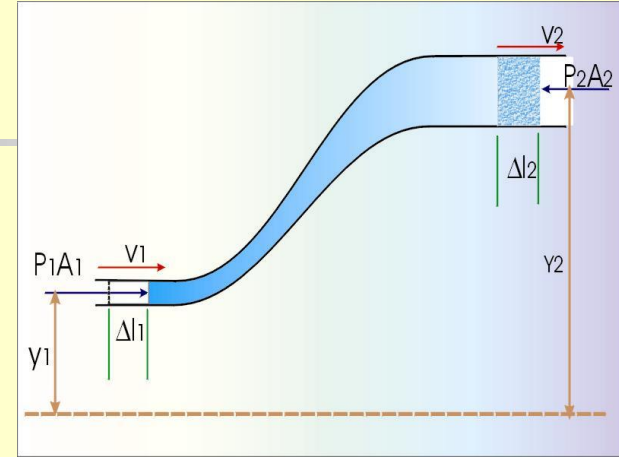
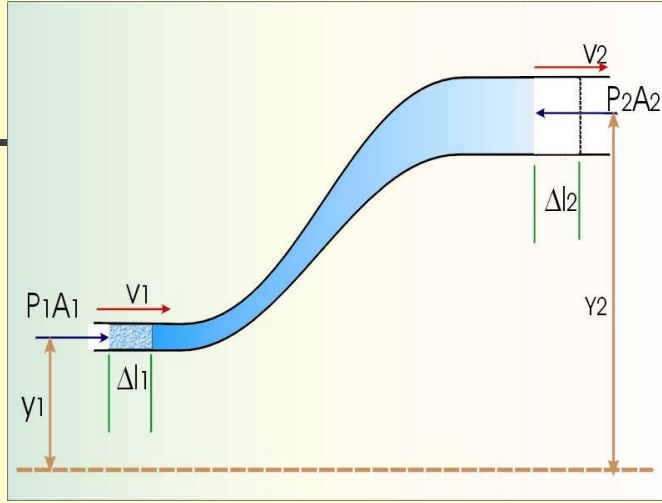
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \times \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \times V = V \times \frac{dv}{dx}$$

$$W = \int_{x_0}^x F dx = \int_{x_0}^x m V \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_0}^v m V dv = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$W(\text{Bileşke Kuvvet}) = K - K_0 = \Delta K$$

Bir tanecik üzerine etkiyen bileşke kuvvetin yaptığı iş her zaman taneciğin kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

Bernoulli Eşitliği



Şekildeki sistemde iş yapan kuvvetler sırasıyla sistemin sol ve sağ uçlarına etki eder.

P_1A_1 ve **P_2A_2** basınç kuvvetleri ve yerçekimi kuvvetidir.

Akışkanın boru içinde akışı söz konusu olduğunda net etki;

(a) da verev çizgileriyle gösterilen akışkan kütlesinin (b) deki konuma yükseltilmesine neden olacaktır.

Bileşke kuvvet tarafından sistemde yapılan iş:

P_1A_1 basınç kuvvetinin sistemde yaptığı iş **$P_1A_1\Delta l_1$** 'e eşittir.

P_2A_2 basınç kuvvetinin sistem üzerinde yaptığı iş **$-P_2A_2\Delta l_1$** 'e eşittir (negatif- iş sistem tarafından yapılmıştır).

Yerçekimi tarafından sistem üzerinde yapılan iş, verev çizgileriyle işaretli akışkanın y_1 'den y_2 'ye yükseltilmesine bağlı olarak gerçekleşir. Bu iş **$-mg(y_2-y_1)$** 'e eşittir. Burada, m , verev çizgileriyle işaretli akışkanın kütlesidir (iş yine negatif- iş sistem tarafından yerçekimine kuvvetine karşı yapılmaktadır).

Bernoulli Eşitliği

Sistem üzerinde bileşke kuvvet tarafından yapılan W , işi, yukarıda sıralanan üç terimi toplayarak bulabiliriz.

$$W = P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 - mg(y_2 - y_1)$$

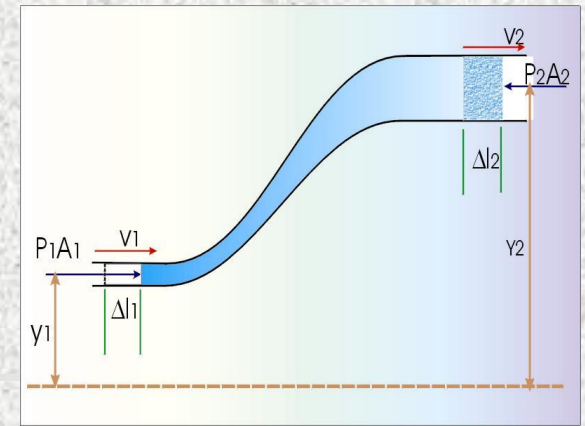
Verev çizgilerle işaretli akışkan elemanın hacmi $A_1 \Delta l_1 (= A_2 \Delta l_2)$ akışkan yoğunluğu sabit olmak üzere m/ρ olarak yazılabilir.

Her iki noktada akışkan elemanın aynı kütleye sahip olduğunu hatırlarsak,

$A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2$ eşitliği ile akışkanın sıkışmayan türden olduğunu varsaymış oluyoruz. Bu varsayımla,

$$W = (P_1 - P_2)(m/\rho) - mg(y_2 - y_1) \text{ haline gelir.}$$

Bernoulli Eşitliği



Akışkan elemanın kinetik enerjisindeki değişim,
 $\Delta K = 1/2mv_2^2 - 1/2mv_1^2$

İş-enerji teoreminden $W = \Delta K$, ve

$$(P_1 - P_2)(m/\rho) - mg(y_2 - y_1) = 1/2mv_2^2 - 1/2mv_1^2$$

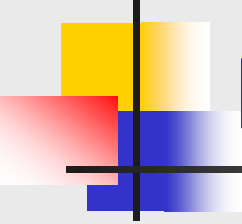
bulunur. Yeniden düzenlenirse

$$P_1 + 1/2\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + 1/2\rho v_2^2 + \rho g y_2 \text{ olur.}$$

$$p + 1/2\rho v^2 + \rho g y = \text{sabit} \text{ elde edilir.}$$

Bu eşitliğe kararlı, viskoz olmayan, sıkışmayan akımlar için

Bernoulli Eşitliği adı verilir.



Bernoulli Eşitliğinin Uygulamaları

- Önemli Uygulamalar Arasında:
 - Pitot Tupü (Uçaklarda hız ölçümü)
 - Venturi Metre (Akım miktarı Ölçümü)
 - Kanat Üstü Akımlar (Aerodinamik)

Venturi Metre

Akım Ölçümlerinde Kullanılır. Gaz, Su, Benzin vb akışkanların debileri bu aygıtla ölçülebilmektedir.



Venturi Metre Nasıl Çalışır?



$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

Sıkışmayan Akışkan : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

O halde

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\text{Bernoulli : } p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$\frac{1}{2} \rho V_1^2 - \frac{1}{2} \rho V_2^2 = p_2 - p_1$$

$$V_1^2 \left[1 - \frac{V_2^2}{V_1^2} \right] = \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}$$

$$V_1^2 \left[1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right] = \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}$$

V_1 için çözülürse

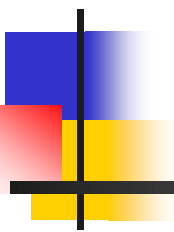
$$V_1 = \frac{\sqrt{2(p_2 - p_1)}}{\sqrt{\rho \left[1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right]}}$$

Akım Miktarını hesaplırsak :

$$\text{Debi} = \rho V_1 A_1$$

BÖLÜM 2

GÖZENEKLİ ORTAMLAR



Gözenekli Ortamların Genel Özellikleri

GÖZENEKLİ ORTAMIN GENEL ÖZELLİKLERİ

1- Gözeneklilik: Boşluk Hacminin Toplam Hacime Oranı

$$n = \frac{V_v}{V_T} \quad \text{Kesir} \quad n = 100 \times \frac{V_v}{V_T} \quad \text{Yüzde}$$

2- Boşluk Oranı: Boşluk Hacminin Katı Hacime Oranı

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad e = \frac{V_v}{V_T - V_v} \quad e = \frac{V_v / V_T}{V_T - V_v / V_T} \quad e = \frac{n}{1 - n}$$

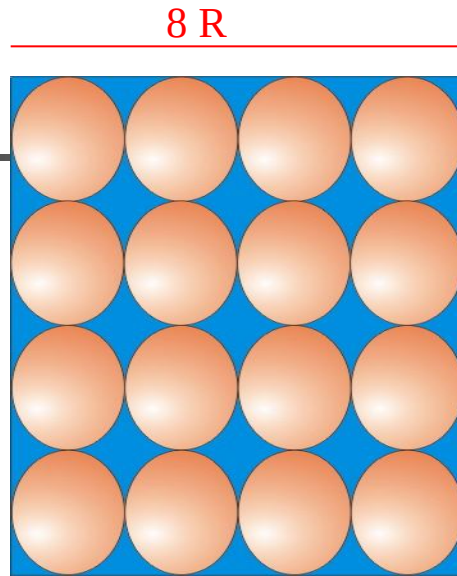
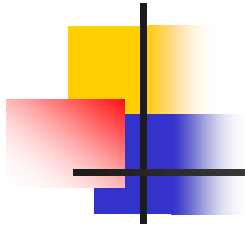
3- Hacimsel Su İçeriği: Su Hacminin Toplam Hacime Oranı

$$\theta = \frac{V_w}{V_T}$$

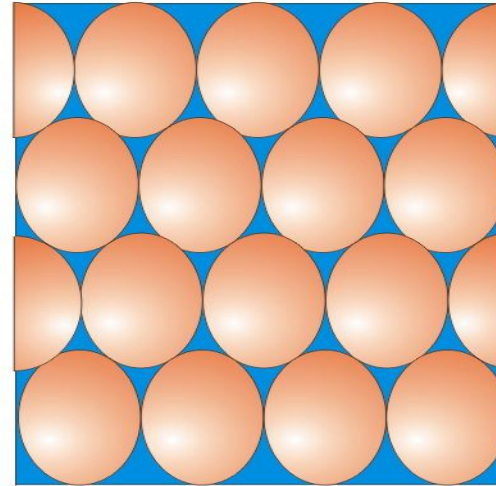
3- Suya Doygunluk: Su Hacminin Boşluk Hacmine Oranı

$$S = V_w / V_b$$

Gözeneklilik ve Tane Boyu-Tane Dizilimi İlişkisi



$$\text{Toplam Hacim} = 512R^3$$



$$\text{Katı Tanecik Hacmi} = 64 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3$$

Küre İçin
Yarıçap=R
Hacim = $\frac{4}{3}\pi R^3$

$$\text{Boşluk Hacmi} = \text{Toplam Hacim} - \text{Katı Tanecik Hacmi}$$

$$512R^3 - 64 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = 64R^3 (8 - \frac{4\pi}{3})$$

$$\text{Gözeneklilik} = \frac{64R^3 (8 - \frac{4\pi}{3})}{512R^3} \\ = \frac{1}{8} (8 - \frac{4\pi}{3}) = (1 - \frac{4\pi}{24})$$

Basit kübik dizilim

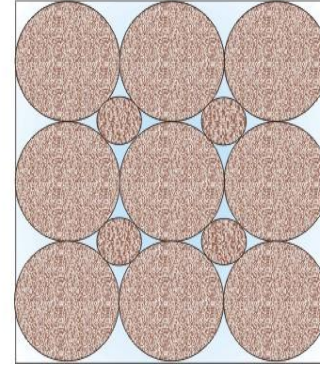
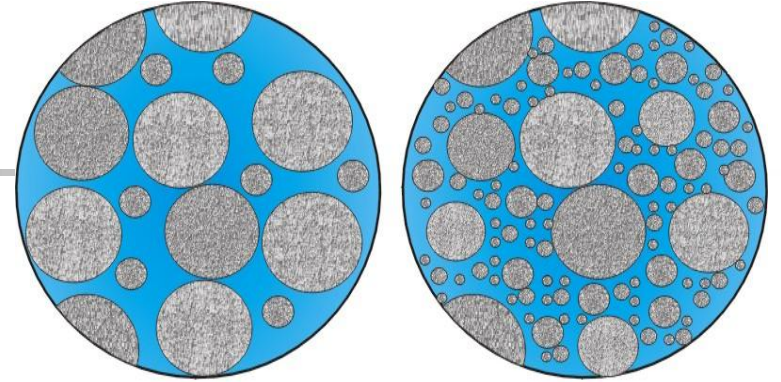
$$.n = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,48$$

Rhombohedral dizilim

$$.n = 1 - (\frac{\sqrt{2}}{6}) \pi = 0,26$$

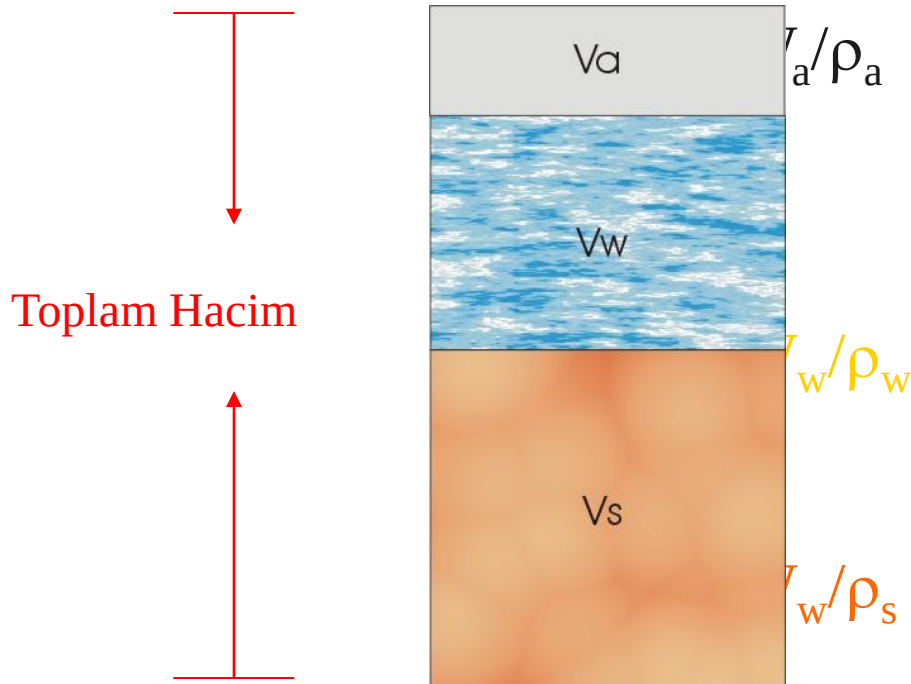
Tane boyu sınıflaması

<u>Kil</u>	0 - 2	μm
<u>Silt</u>	2 - 50	μm
çok ince	50 - 100	μm
<u>Kum</u> ince	0.1 - 0.25	mm
orta	0.25 - 0.50	mm
iri	0.5 - 1	mm
çok iri	1 - 2	mm
ince	0.6 - 1.9	cm
<u>Çakıl</u>		
iri	1.9 - 7.6	cm



Kötü boylanma → daha düşük gözeneklilik

BİRİM HACİMDE AKIŞKAN-KATI DAĞILIMI Ve GÖZENEKLİLİK



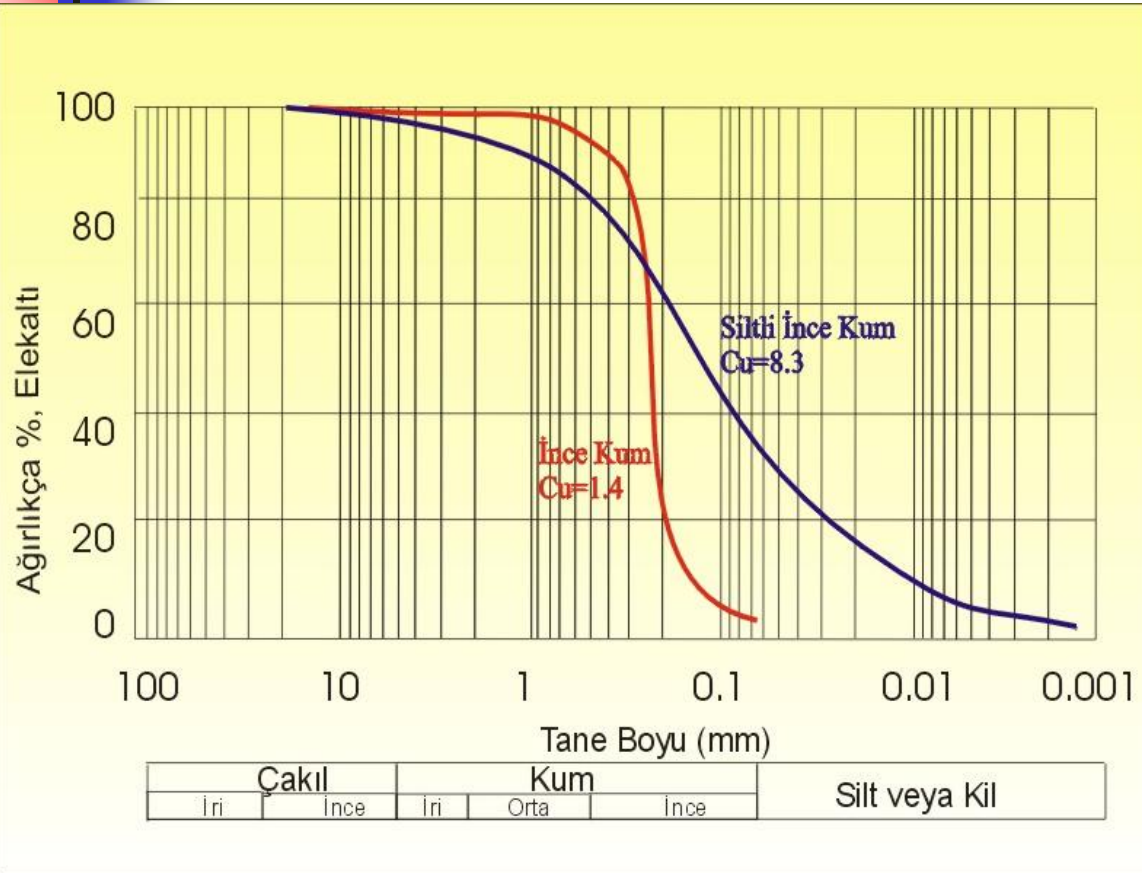
$$n = \frac{V_b}{V_T}$$

$$W_T = \rho_s \cdot V_s = \rho_d \cdot V_T$$

$$V_t = W_T / \rho_d = W_s / \rho_d$$

$$n = 1 - \left(\frac{V_s}{V_T} \right) = 1 - \frac{W_s / \rho_s}{W_T / \rho_d} = 1 - \frac{W_s / \rho_s}{W_s / \rho_d} = 1 - \frac{1 / \rho_s}{1 / \rho_d} = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}$$

PEKİŞMEMİŞ MALZEMELERDE TANE BOYU DAĞILIM EĞRİSİ

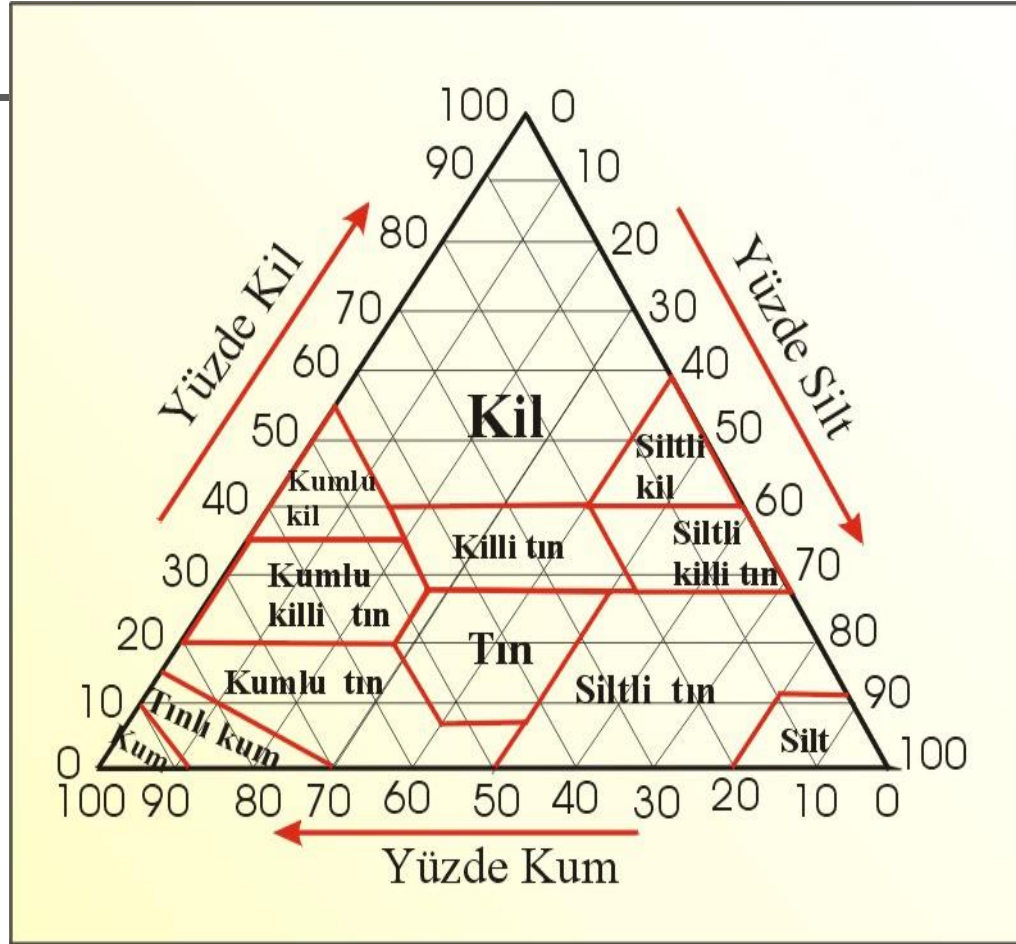


Uniformluluk Katsayısı

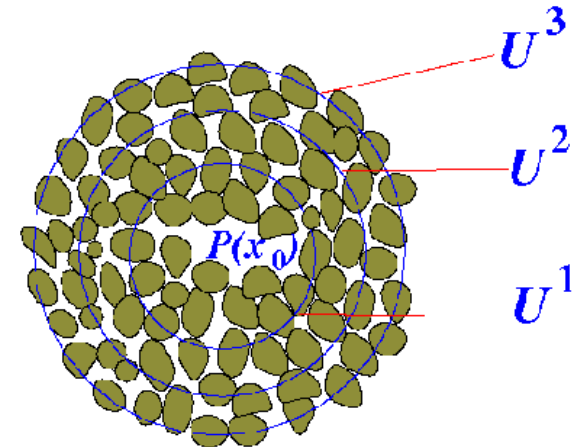
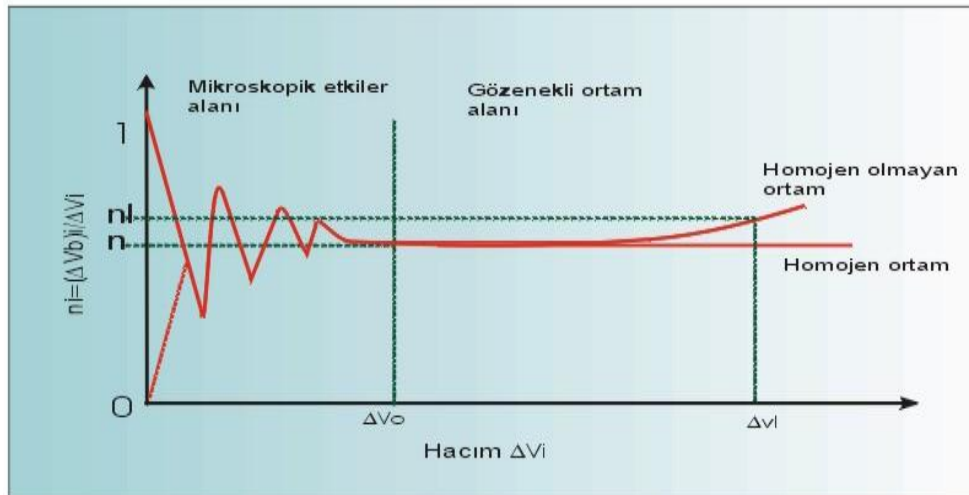
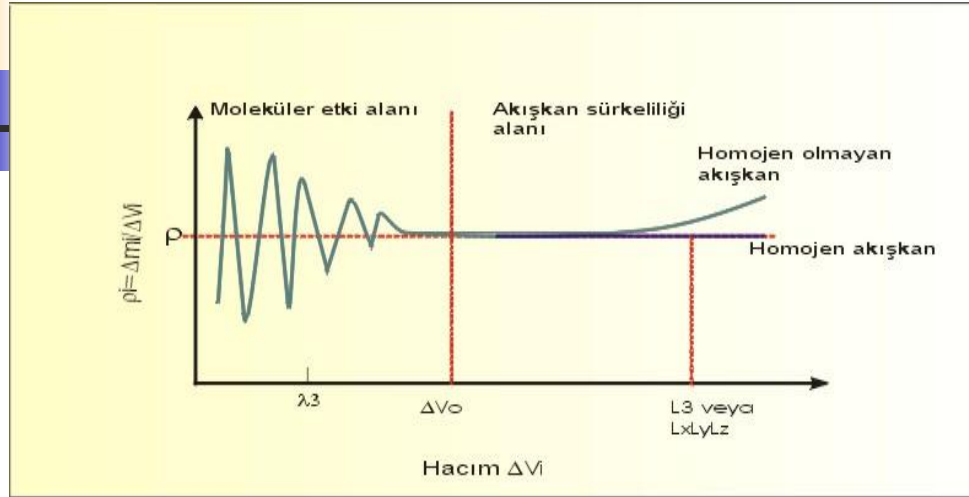
d_{10} =etkin tane çapı

$$C_u = d_{60} / d_{10}$$

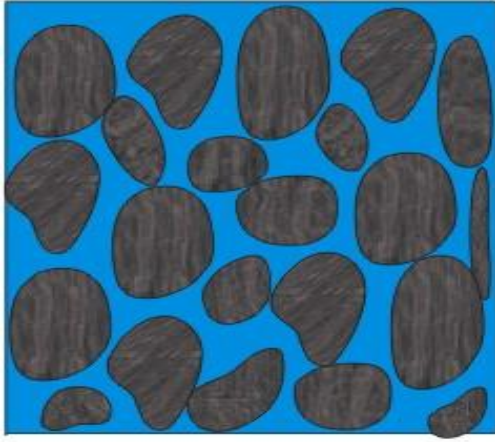
Pekişmemiş Malzemelerde Tane Boyuna Göre Adlandırma



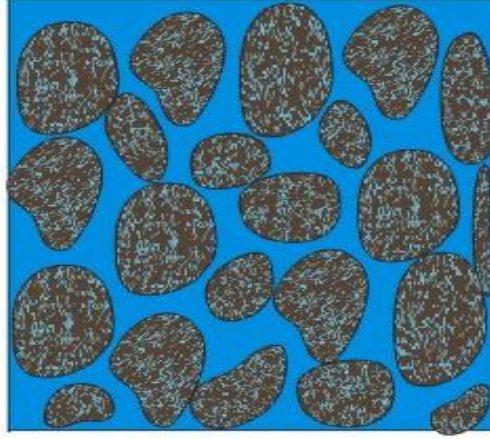
SÜREKLİ ORTAM KAVRAMI



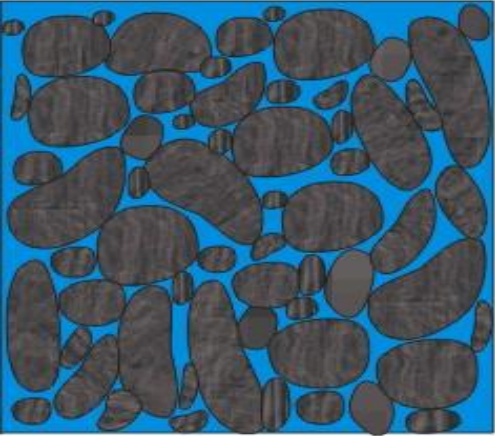
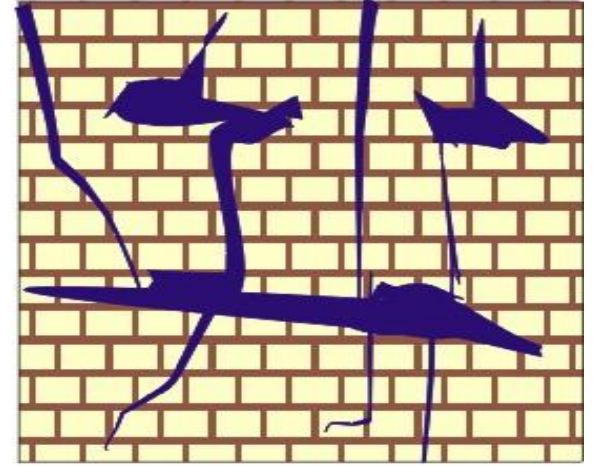
İyi Boylanmış-Yüksek Gözeneklilik



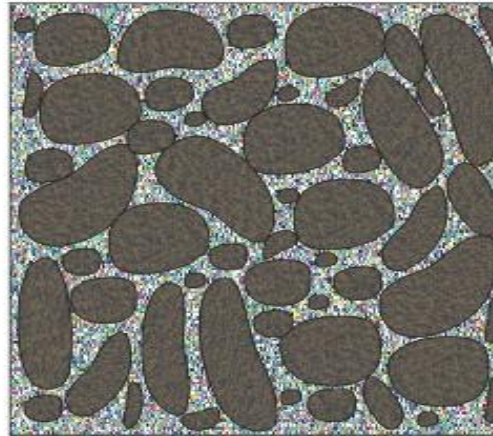
İyi Boylanmış-Gözenekli Taneler
Yüksek Gözeneklilik



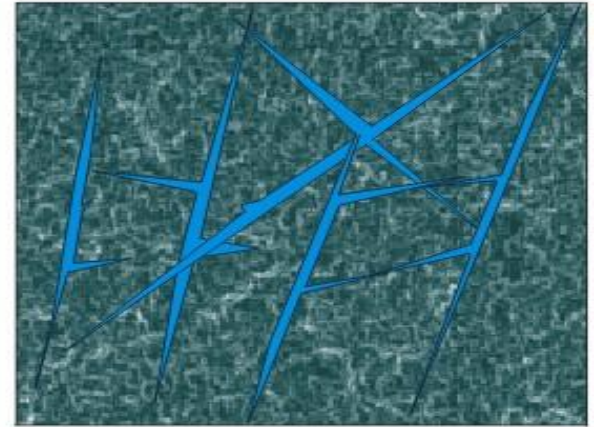
Çözünme-Karstik/İkincil Gözeneklilik



Kötü Boylanmış-Düşük Gözeneklilik



Kötü Boylanmış-İkincil Mineral Çökelimi
Çok Düşük Gözeneklilik

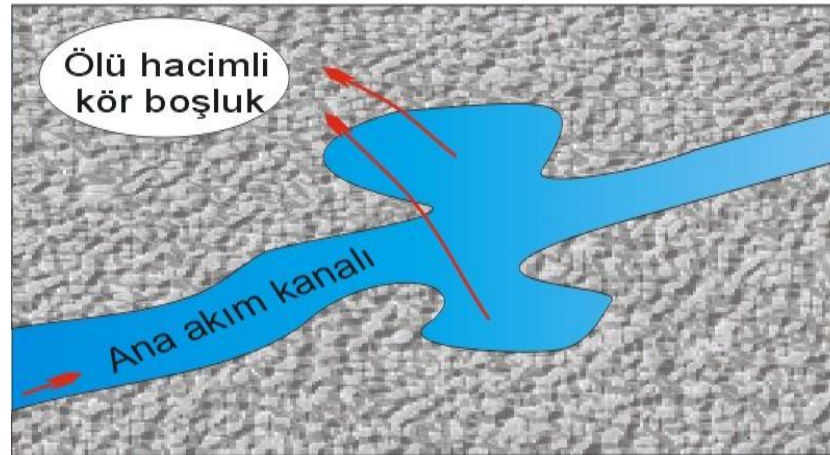


Kırık-Çatlak/İkincil Gözeneklilik

Doğal Malzemelerin Gözeneklilikleri

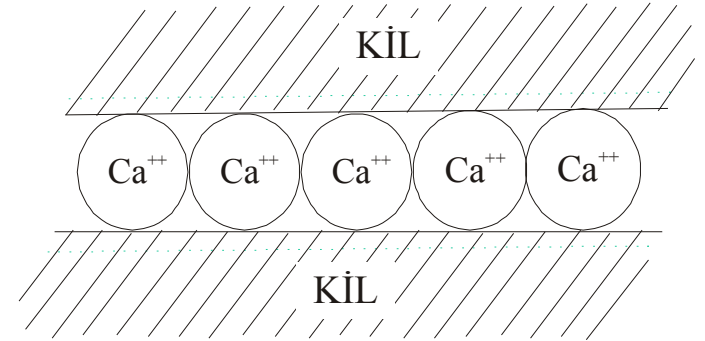
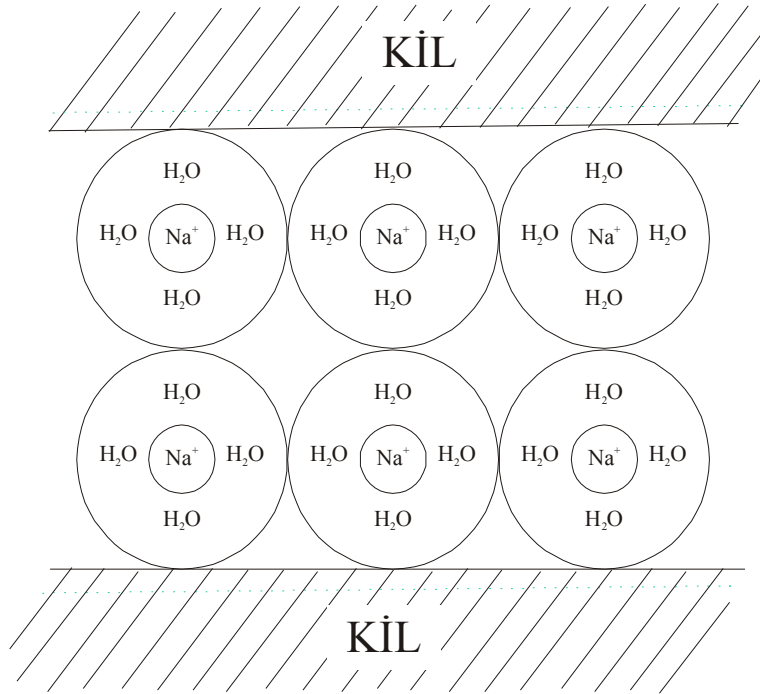
- Kum&Çakıl - % 20 -% 50
- Till - % 10 -% 20
- Silt - % 35 -% 50
- Kil - % 33 -% 60
- Kırıntılı sedimanlar, - % 3 -% 30 tipik olarak
- Kireçtaşı - < % 1 -% 30
- Bazalt - % 1 -% 12
- Tüf - % 14 -% 40
- Pomza - % 87'e kadar
- Kırıklı kristalen kayaç - %1 -%5

GÖZENEKLİLİK-ETKİN GÖZENEKLİLİK



Etkin Gözeneklilik-Moleküler Çekim Kuvvetleri

Killerde Çift Katman Yapısı



Etkin Gözeneklilik-Kılcal Çekim Kuvvetleri

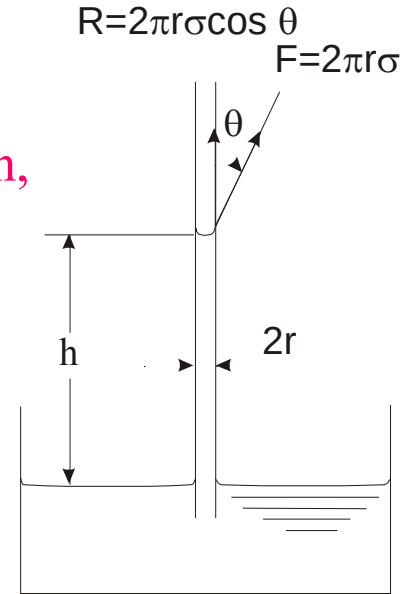
Denge durumunda kılcallık nedeniyle oluşan düşey (yukarı doğru) yöndeki kuvvet, kılcal tüp içindeki su kolonunun ağırlığına (aşağı doğru) eşit olacaktır. Suyun kılcal tüpteki ağırlığı tüpün hacmi ile su yoğunluğu ve yerçekimi ivmesinin çarpımına eşit olduğuna göre

$$2\pi r \sigma \cos\theta = g \rho \pi r^2 h \text{ olacaktır}$$

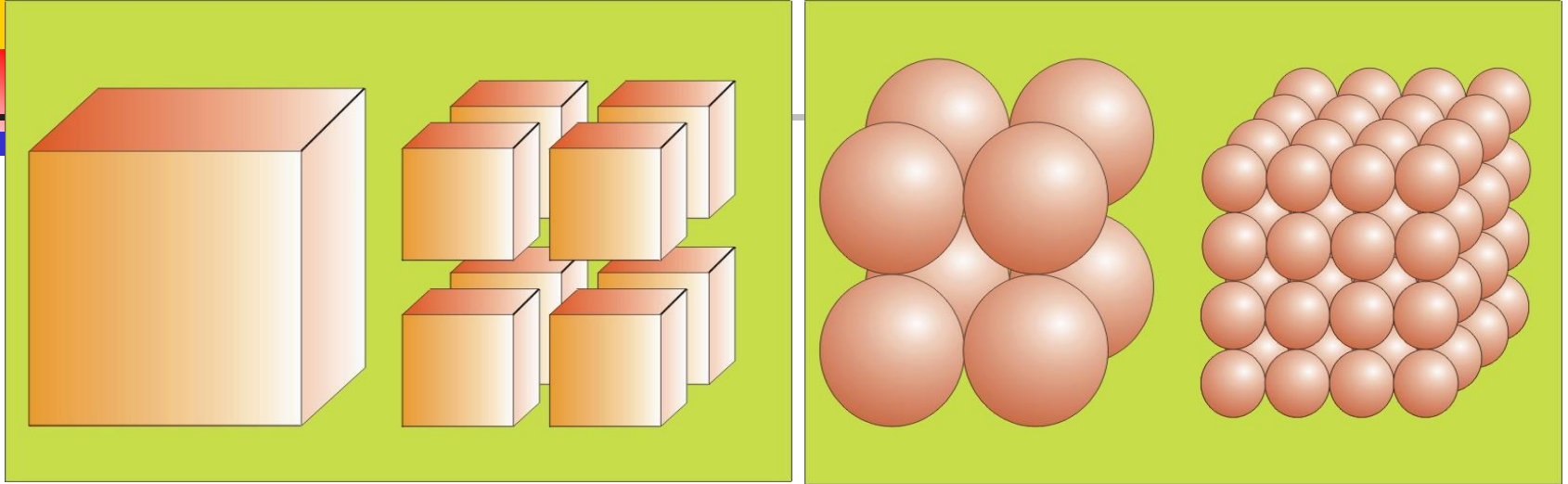
Burada, ρ suyun yoğunluğu ve g yerçekimi ivmesidir. Buradan,

$$h = 2\sigma \cos\theta / g \rho r$$

$$h = 2\sigma / g \rho r \text{ olur.}$$



ÖZGÜL YÜZEY ALANI



Kenar Uzunluğu

1 cm
0.1 cm
0.01 cm
0.001 cm
1 μ
0.1 μ
0.01 μ
1 m μ

Küp Sayısı

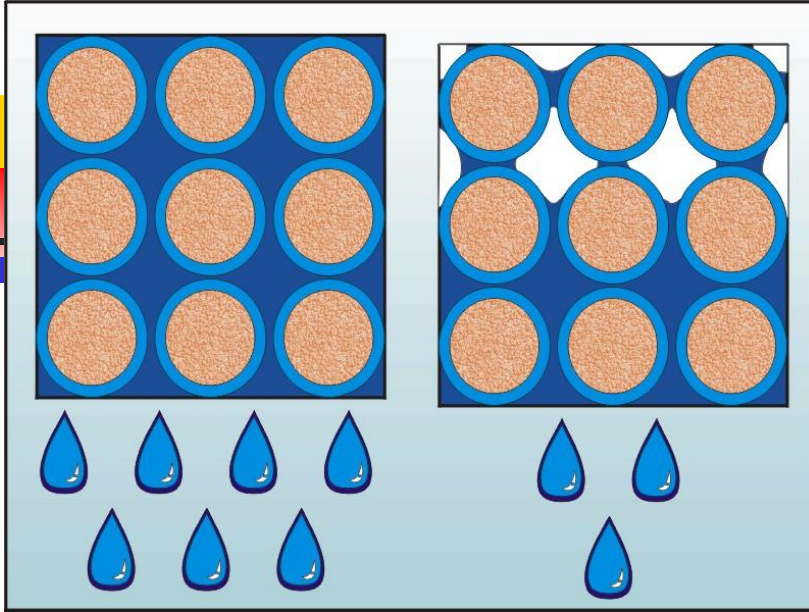
1
1000
1000000
1000000000
1000000000000
1015
1018
1021

Toplam Yüzey

6 cm²
60 cm²
600 cm²
6000 cm²
6 m²
60 m²
600 m²
6000 m²

Etkin Gözeneklilik-Özgöl Verim

Gözenekli Ortam Hidroliği
Dr. Mehmet Ekmekçi



Özgöl Verim

$$S_y = V_w / V_T$$

S_y = özgöl verim

V_w = yerçekimi etkisi ile alınabilen su hacmi (L3)

V_T = toplam hacim (L3)

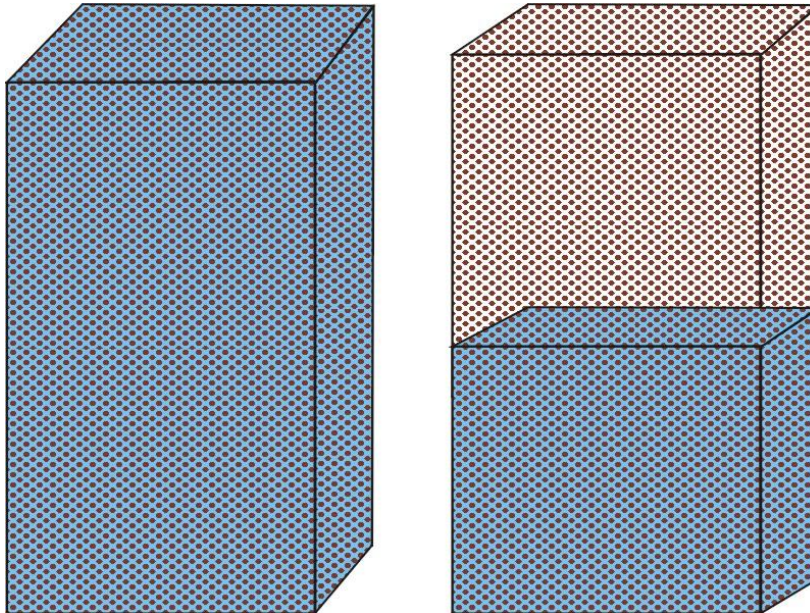
Özgöl Tutma

$$S_r = V_r / V_T$$

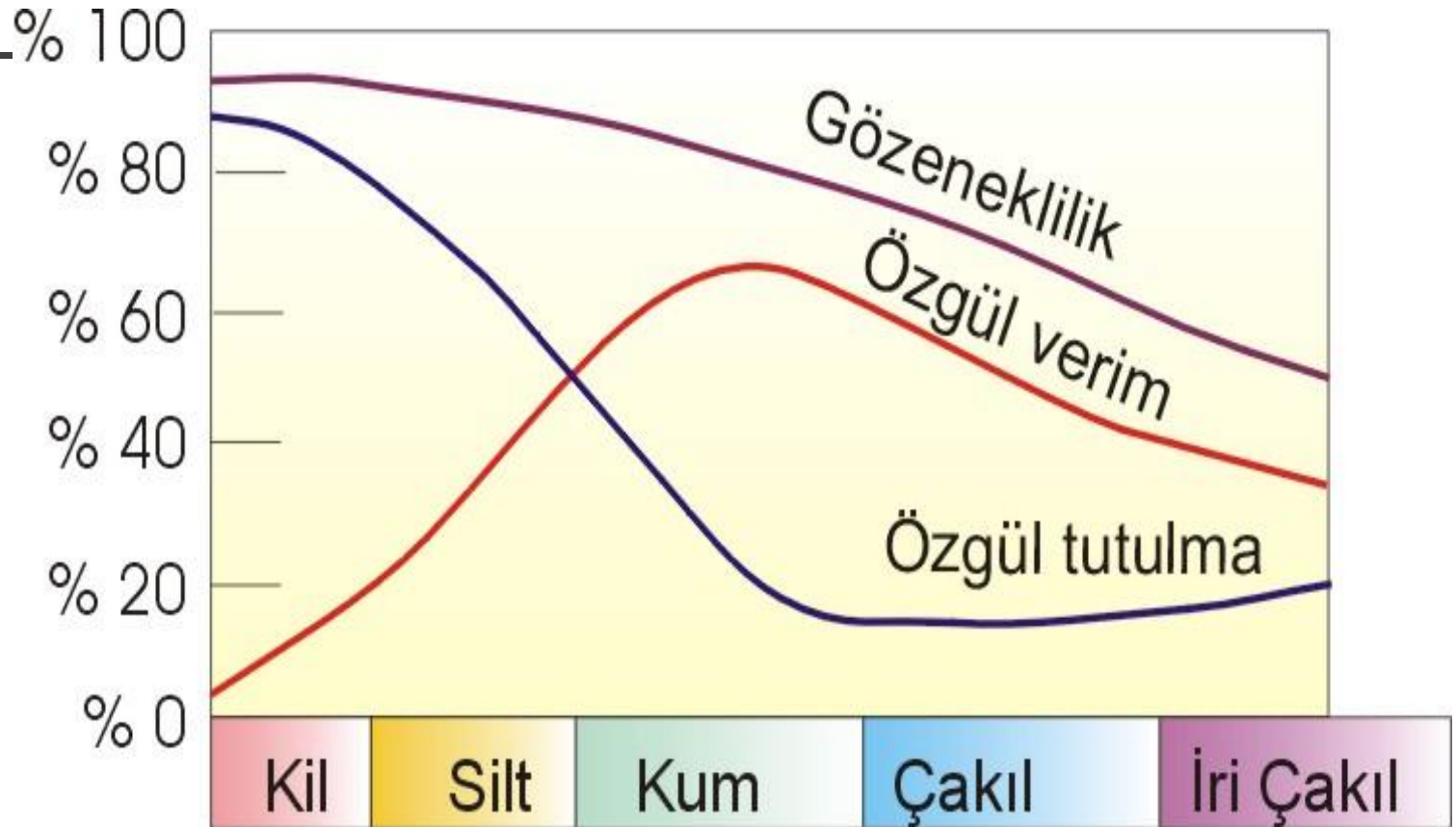
S_r = özgöl tutma

V_r = kılcal kuvvetlerle gözeneklerde tutulan su hacmi (L3)

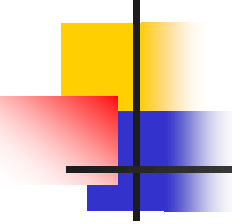
V_T = toplam hacim (L3)



Gözeneklilik-Özgül Verim-Özgül Tutulma Tane Boyu İlişkisi



$$n = \frac{V_b}{V_T} = \frac{V_r + V_y}{V_T} = \frac{V_r}{V_T} + \frac{V_y}{V_T} = S_r + S_y$$



YÜZEYALTISUYU

Gözeneklerde

Vadoz (Doygun olmayan)



"sığ"

su + hava

Freatik (Doygun)

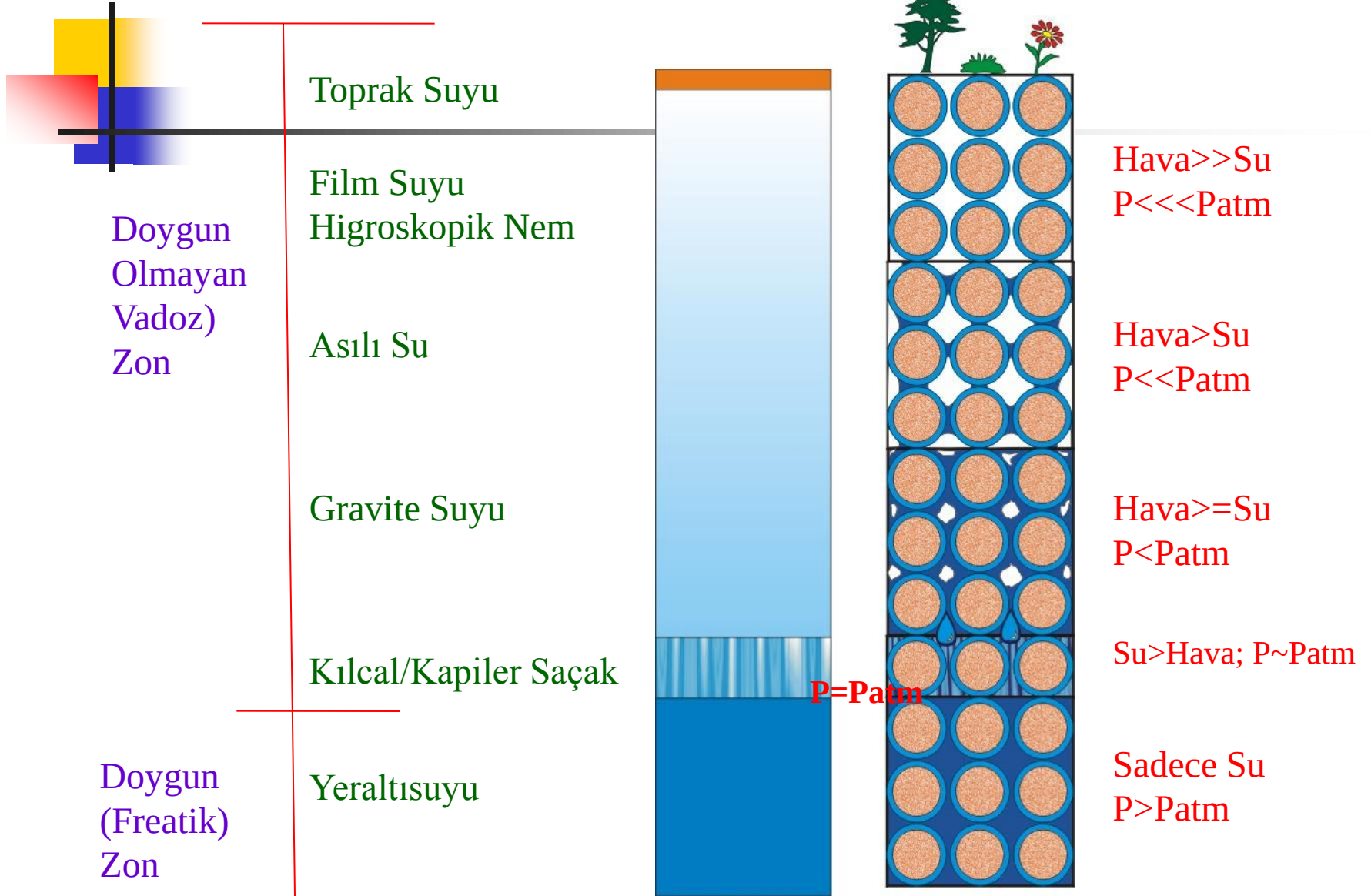


"derin"

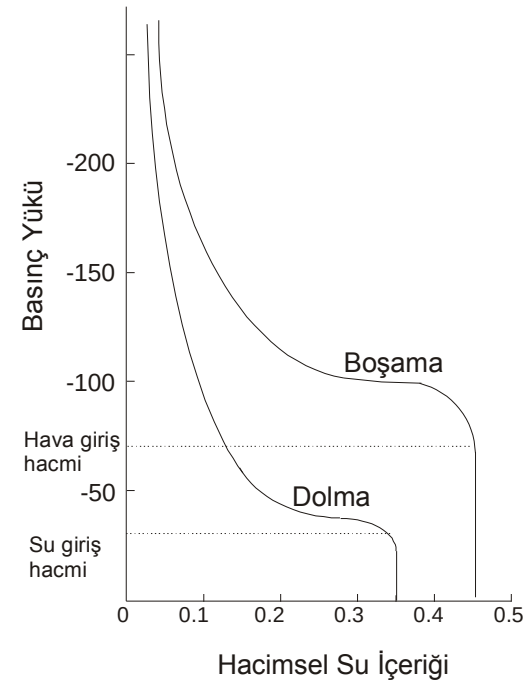
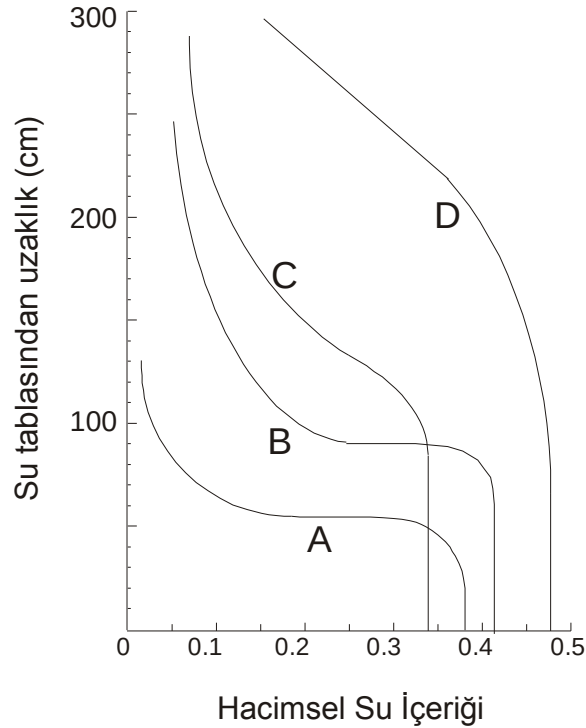
sadece su

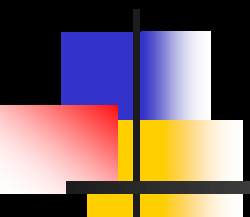
SUYUN YÜZEYALTINDAKİ DAĞILIMI

Gözenekli Ortam Hidroliği
Dr. Mehmet Ekmekçi



Doygun Olmayan Zonda Su Toprak-Su Karakteristiği/ Tutulma Eğrisi

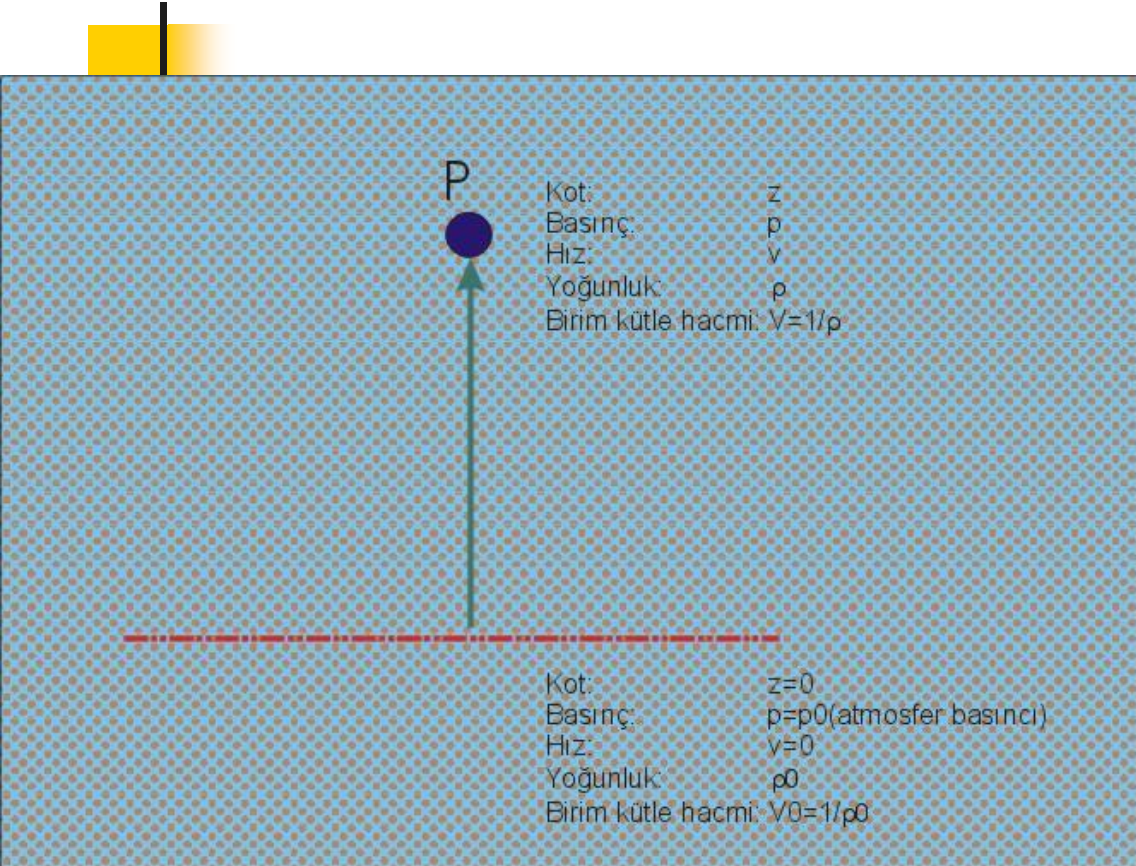




BÖLÜM 3

Gözenekli Ortamların Hidrostatikliği

Gözenekli Ortamlarda Akışkan Enerjisi



$W_1 = mgz$ Potansiyel Enerji Kaybı

$W_2 = 1/2 mv^2$ Kinetik Enerji Kaybı

$$W_3 = m \int_{p_0}^p \frac{V}{m} dp = m \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}$$

Elastik Enerji Kaybı

Birim Kütleli ($m=1$) Akışkanın Potansiyeli (Toplam Mekanik Enerji) ($w_1+w_2+w_3$)

$$\phi = gz + \frac{v^2}{2} + \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}$$

$$\phi = gz + \frac{p - p_0}{\rho}$$

$$\begin{aligned} \phi &= gz + (\rho g(h-z) + p_0) - p_0 / \rho \\ \phi &= gh \\ \phi &= g \quad p/\rho g = p/\rho \end{aligned}$$

ϕ : Birim kütle başına enerji (potansiyel)

h : Birim ağırlık başına enerji (hidrolik yük)

Bernoulli Eşitliği

Akışkan elemanın kinetik enerjisindeki değişim,

$$\Delta K = 1/2mv_2^2 - 1/2mv_1^2$$

İş-enerji teoreminden $W = \Delta K$, ve

$$(P_1 - P_2)(m/\rho) - mg(z_2 - z_1) = 1/2mv_2^2 - 1/2mv_1^2$$

bulunur. Yeniden düzenlenirse

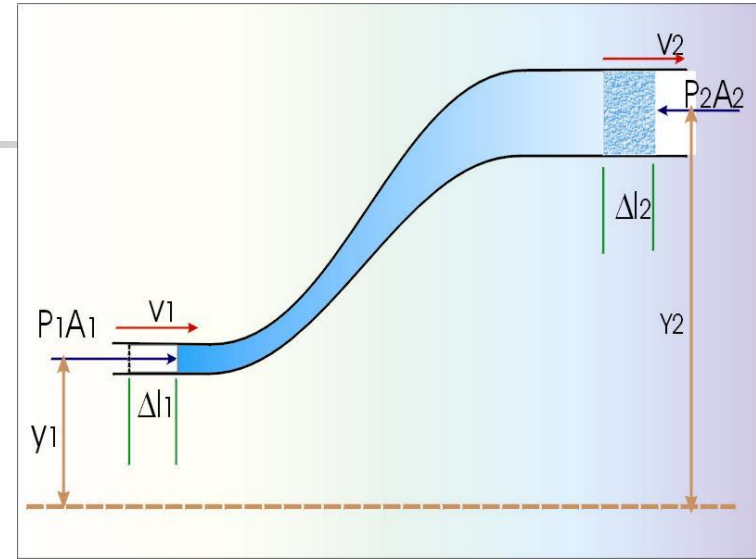
$$P_1 + 1/2\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + 1/2\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

olur.

$p + 1/2\rho v^2 + \rho g z = \text{sabit}$ elde edilir.

Bu eşitliğe kararlı, viskoz olmayan, sıkışmayan akımlar için

Bernoulli Eşitliği adı verilir.



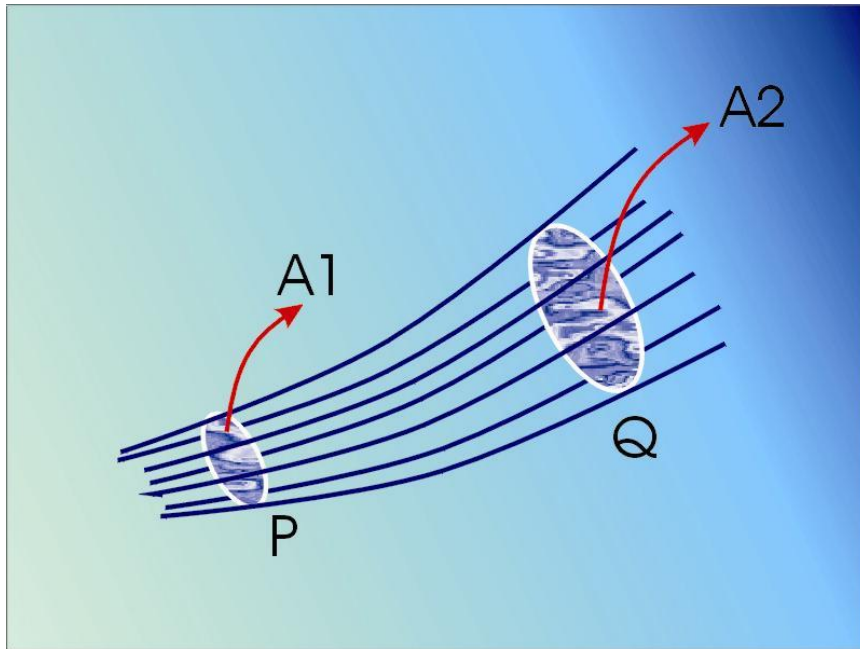
Süreklilik Eşitliği

P 'deki kütle akısı = $\rho_1 A_1 V_1$ ve

Q 'daki kütle akısı = $\rho_2 A_2 V_2$

Giren Kütle Miktarı = Çıkan Kütle Miktarı

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$



P Kesiti

Yoğunluk ρ_1

Hız V_1

Alan A_1

Q Kesiti

Yoğunluk ρ_2

Hız V_2

Alan A_2

Süreklilik

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow VA$$

Bernoulli

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{sabit}$$

Eşitliğin her terimi ρg veya (γ) ye bölünürse eşitlik

$$p/\rho g + v^2/2g + z = \text{Sabit}$$

Veya

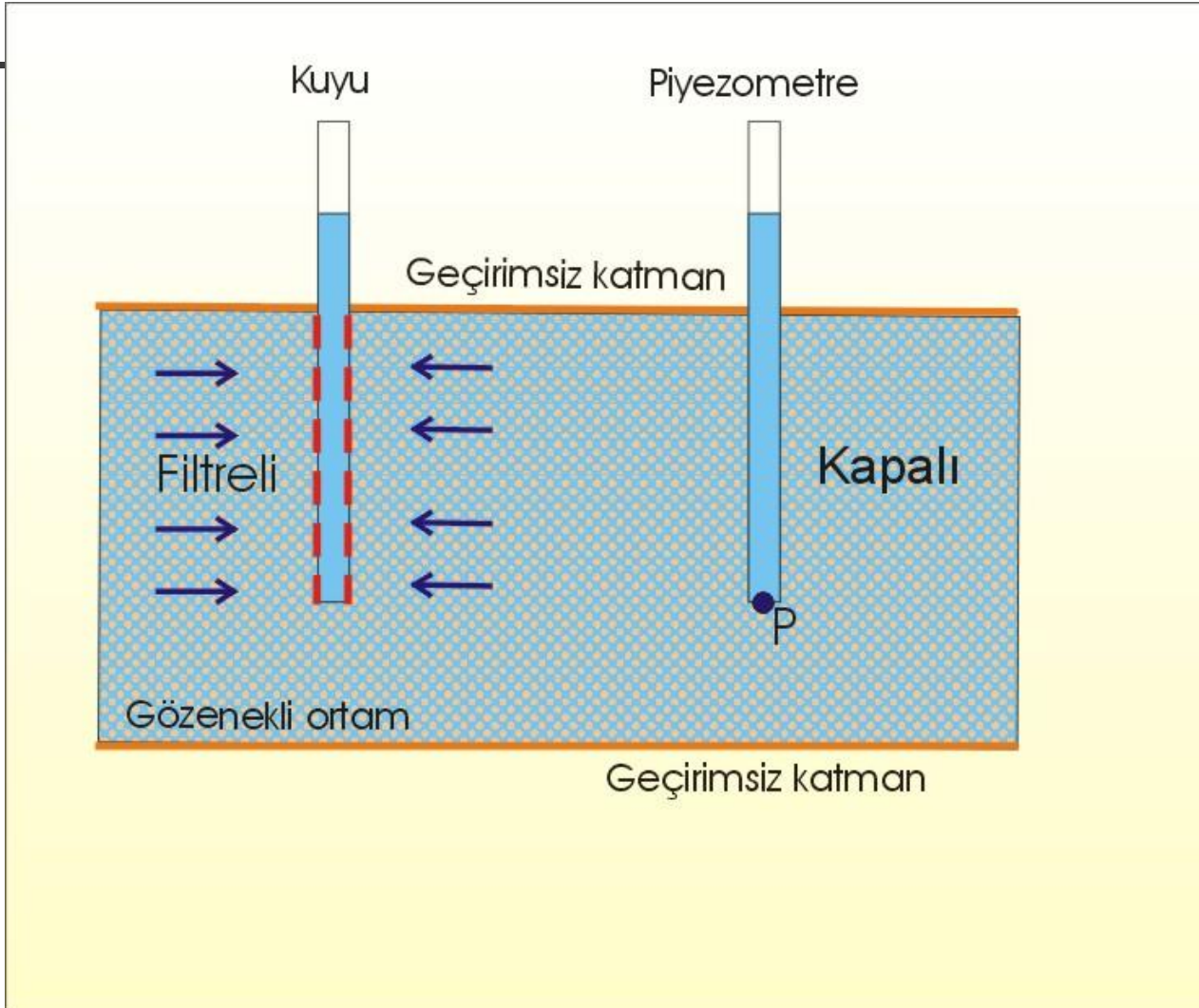
$$h + v^2/2g + z = H$$

Gözenekli ortamlarda akım hızı ihmal edilecek düzeyde olduğundan Bernoulli ile verilen birim ağırlık başına toplam enerji

$H = h + z$ hidrolik yük....
şeklindedir.

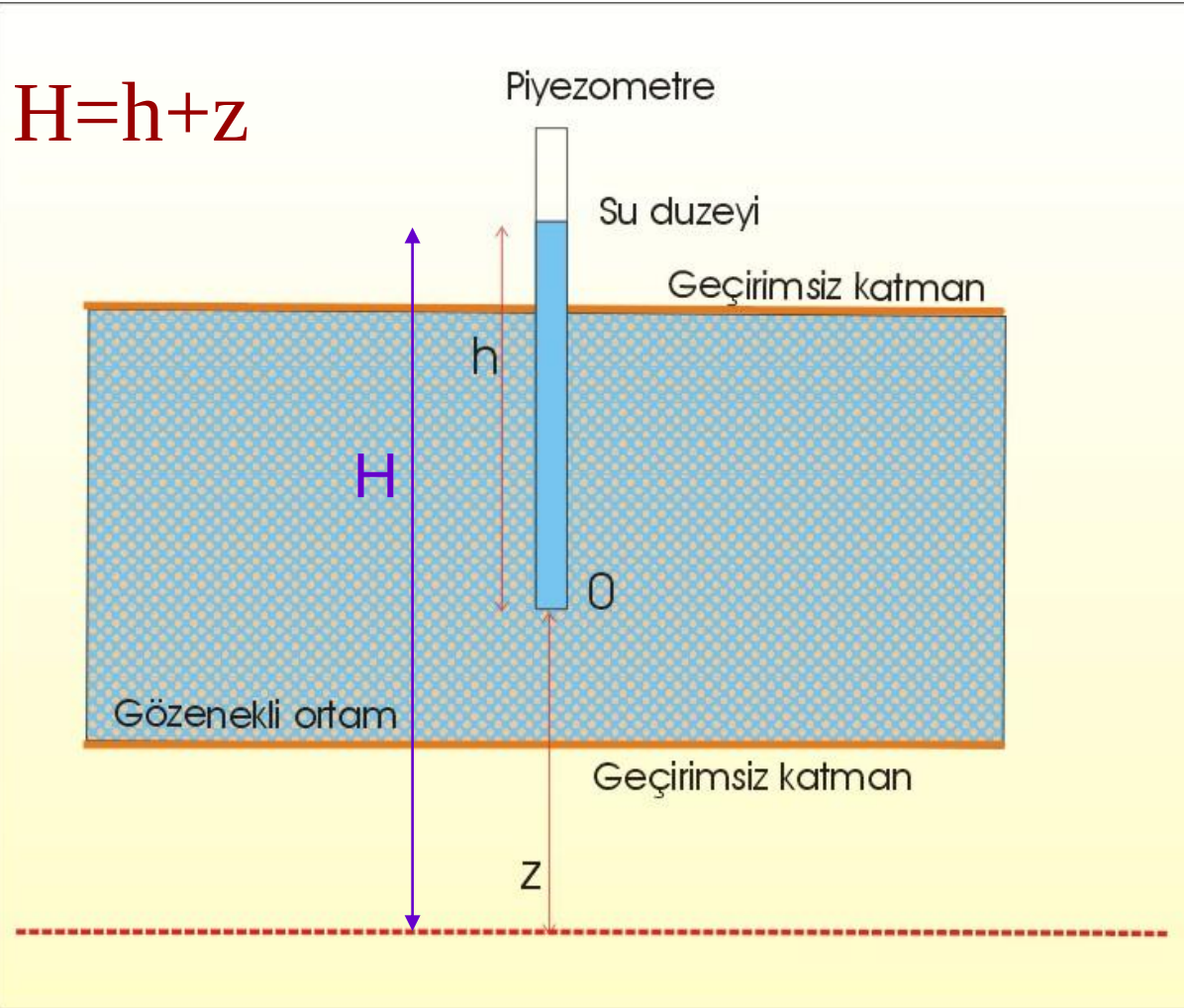
Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

Kuyu-Piyezometre



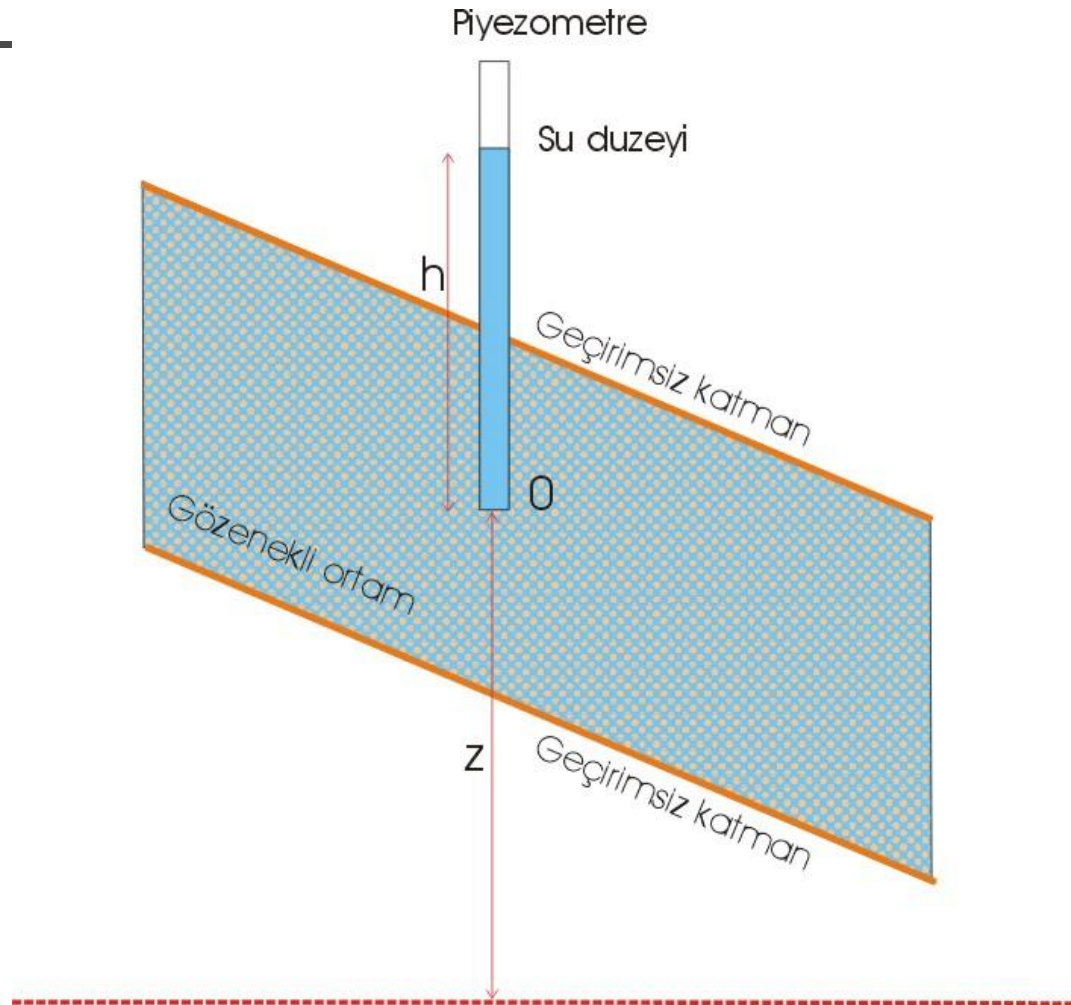
Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

Doygun Ortam-Piyezometre



Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

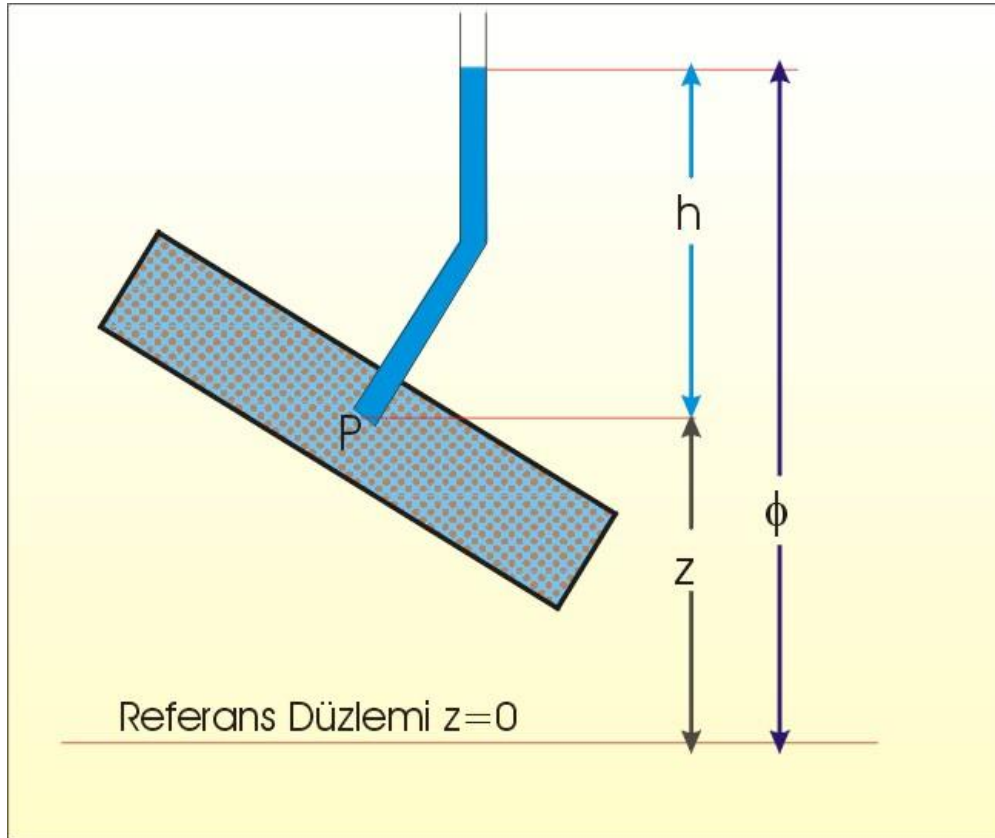
Doygun Ortam-Piyezometre



$$H=h+z$$

Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

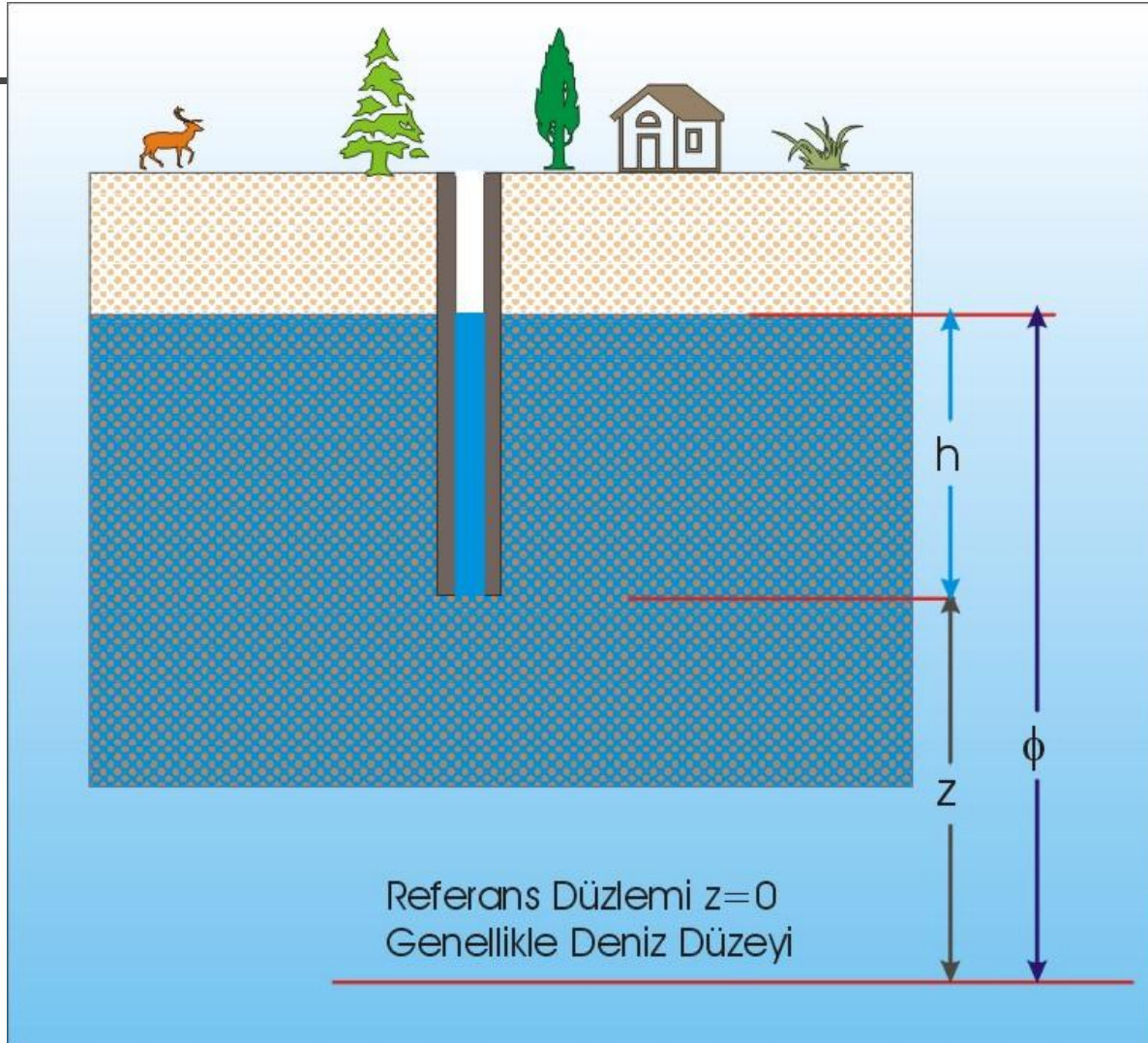
Doygun Ortam-Piyezometre



$$H = \phi = h + z$$

Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

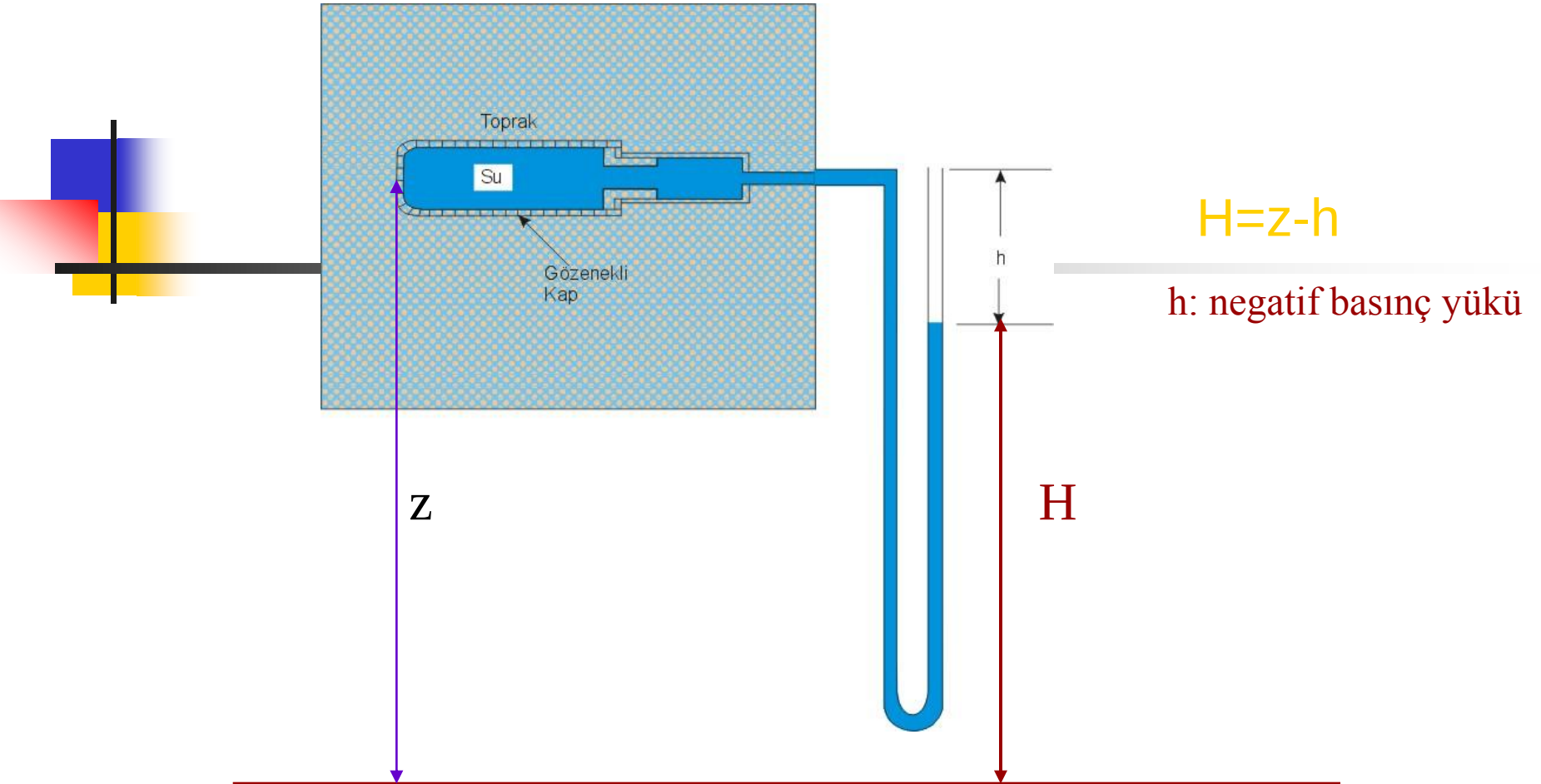
Doygun Ortam-Piyezometre



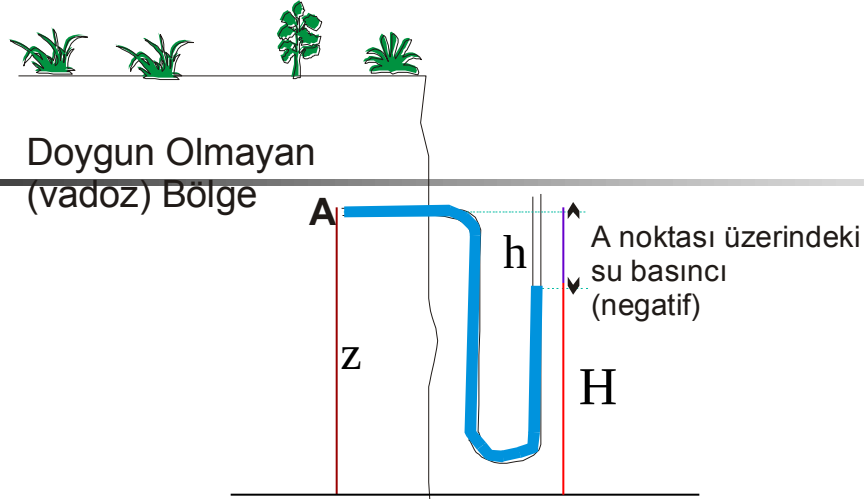
$$H = \phi = h + z$$

Gözenekli Ortamlarda Hidrolik Yükün Ölçülmesi

Doygun Olmayan Ortam- Tansiyometre

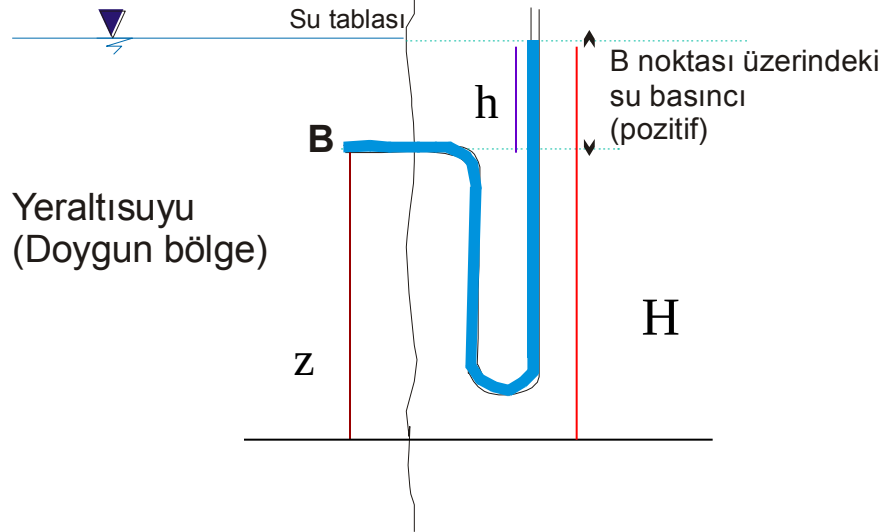


Yüzeyaltında Su Basıncı



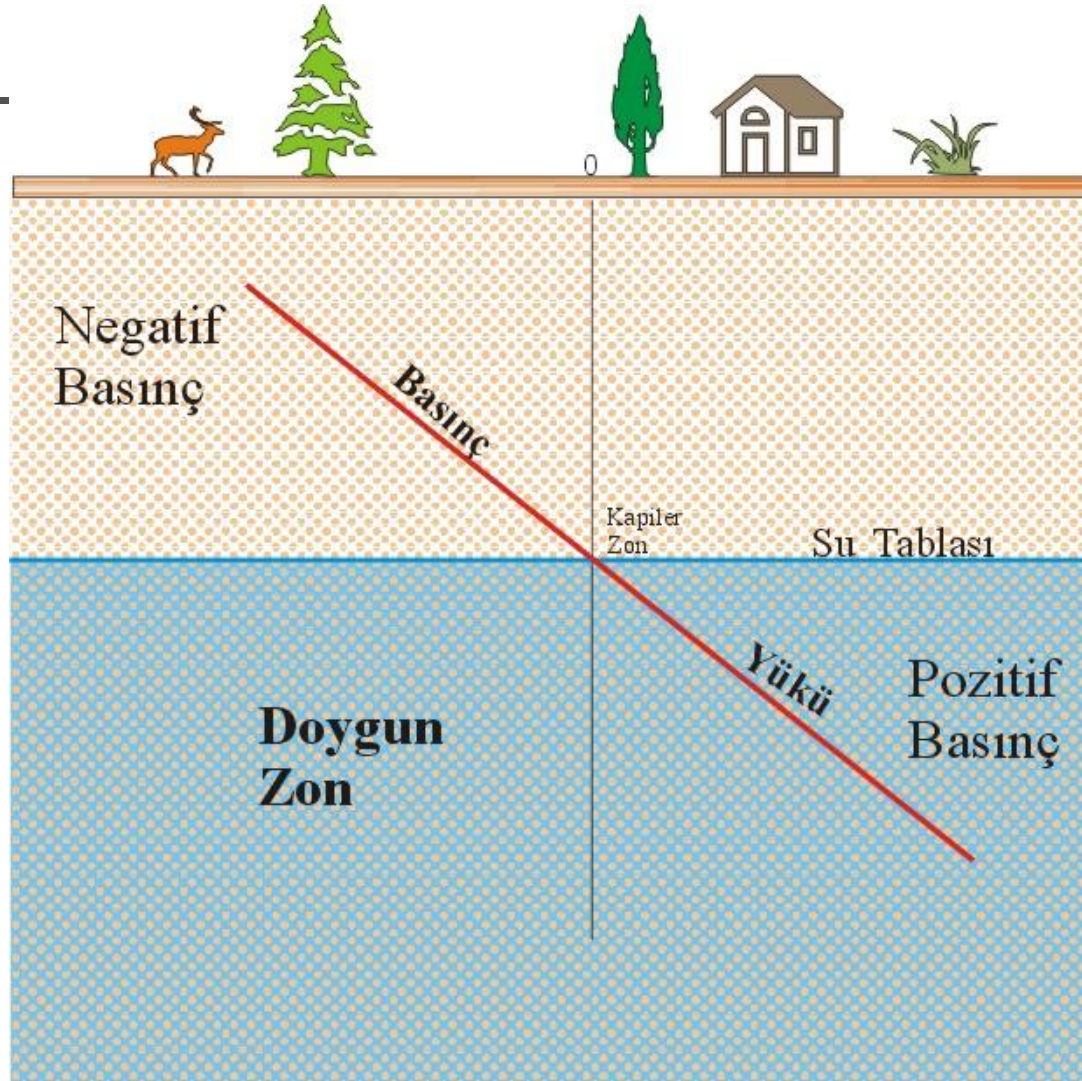
$$H=z-h$$

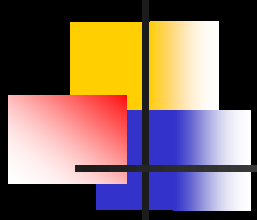
h : negatif basınç yükü



$$H=h+z$$

Yüzeyaltında Su Basıncının Derinlikle Değişimi





Gözenekli Ortamların Hidrodinamiği

AKIŞ HALİNDE YÜK KAYBI

Yatay Ortam

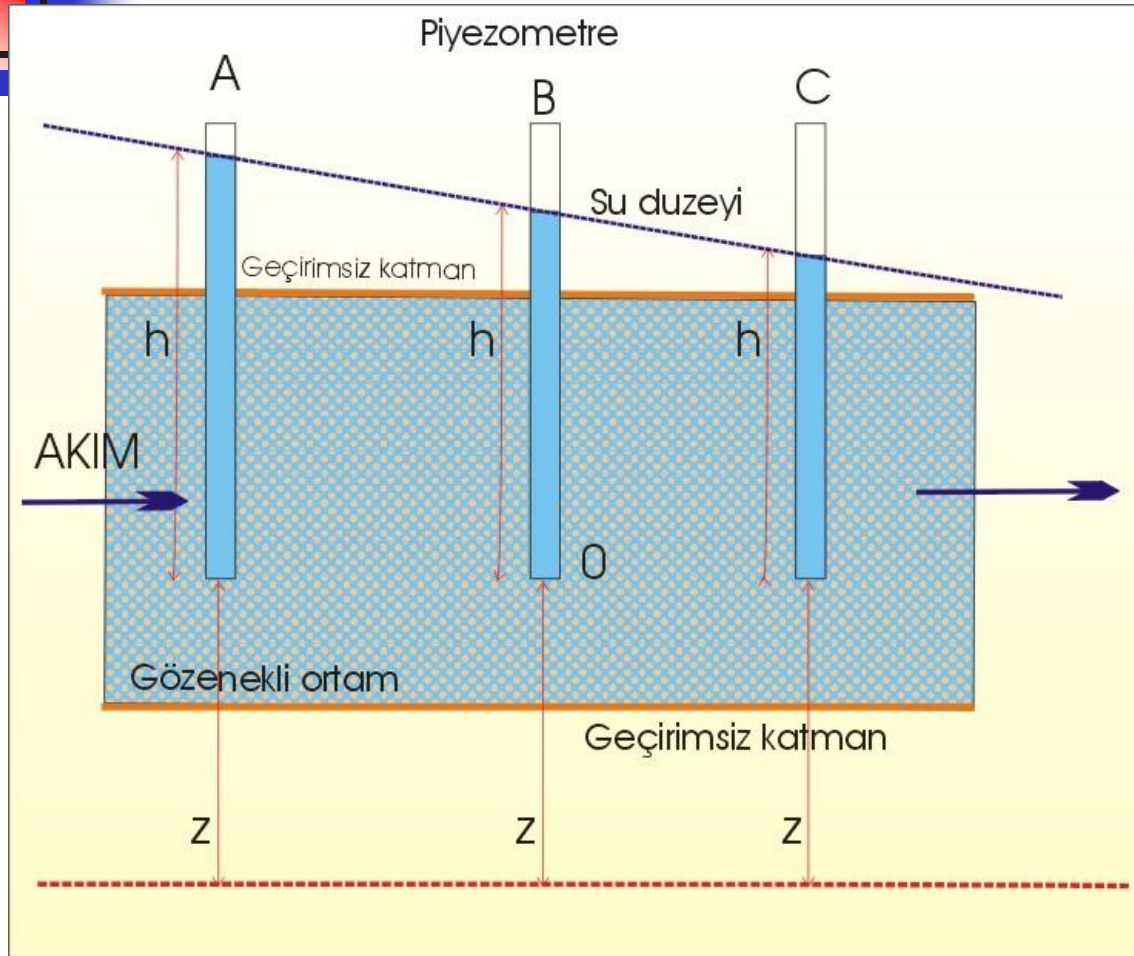
$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B$$

$$p_A/\rho g + v_A^2/2g + z_A = p_B/\rho g + v_B^2/2g + z_B + h_L$$

$v^2/2g$: ihmal edilebilir

h_L =yük kaybı ??

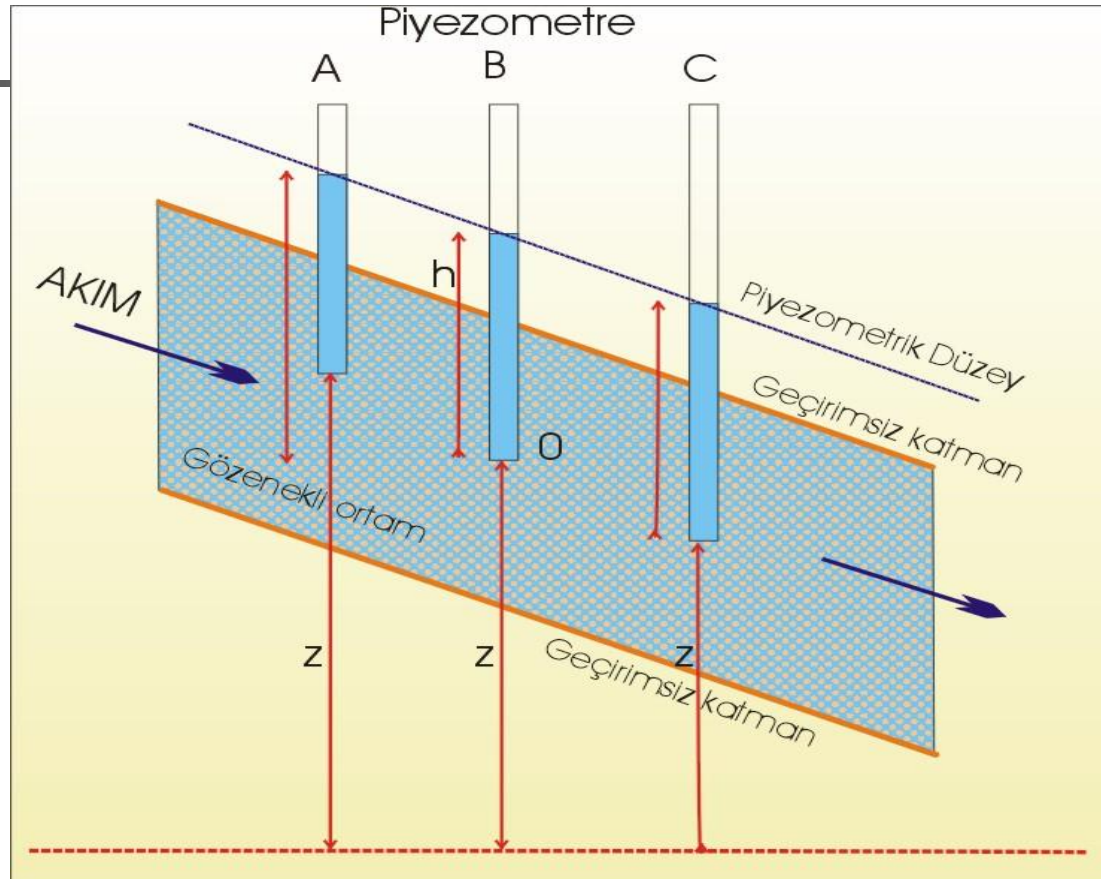
Sürtünme nedeniyle
Isı enerjisine dönüşüm!!



$$p_A/\rho g + z_A = p_B/\rho g + z_B + h_L \quad h_A + z_A = h_B + z_B + h_L$$

AKIŞ HALİNDE YÜK KAYBI

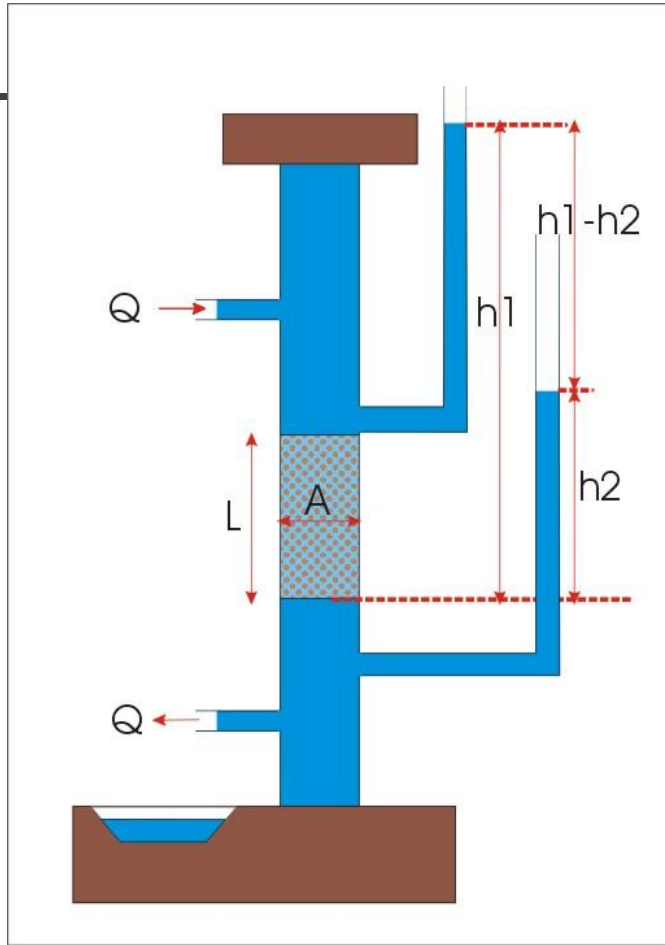
Eğimli Ortam



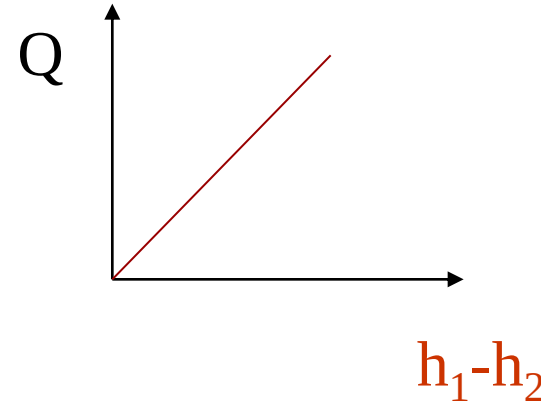
$$h_A + z_A = h_B + z_B + h_L$$

AKIŞKANIN GÖZENEKLİ ORTAMLARDAKİ HAREKETİ

DARCY YASASI

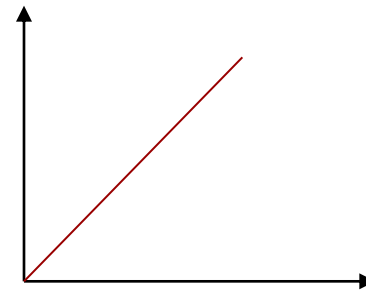


$$Q \propto h_1 - h_2$$



$$q = Q/A$$

$$h_1 - h_2 / L$$



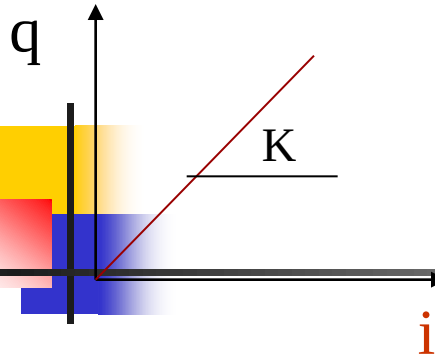
Q=Özgöl debi=Darcy Hızı

$h_1 - h_2 / L = i$ Hidrolik Gradyan

DARCY YASASI

K: Orantı katsayısı

Ortamın ve akışkanın özelliklerine bağlı
bir katsayı

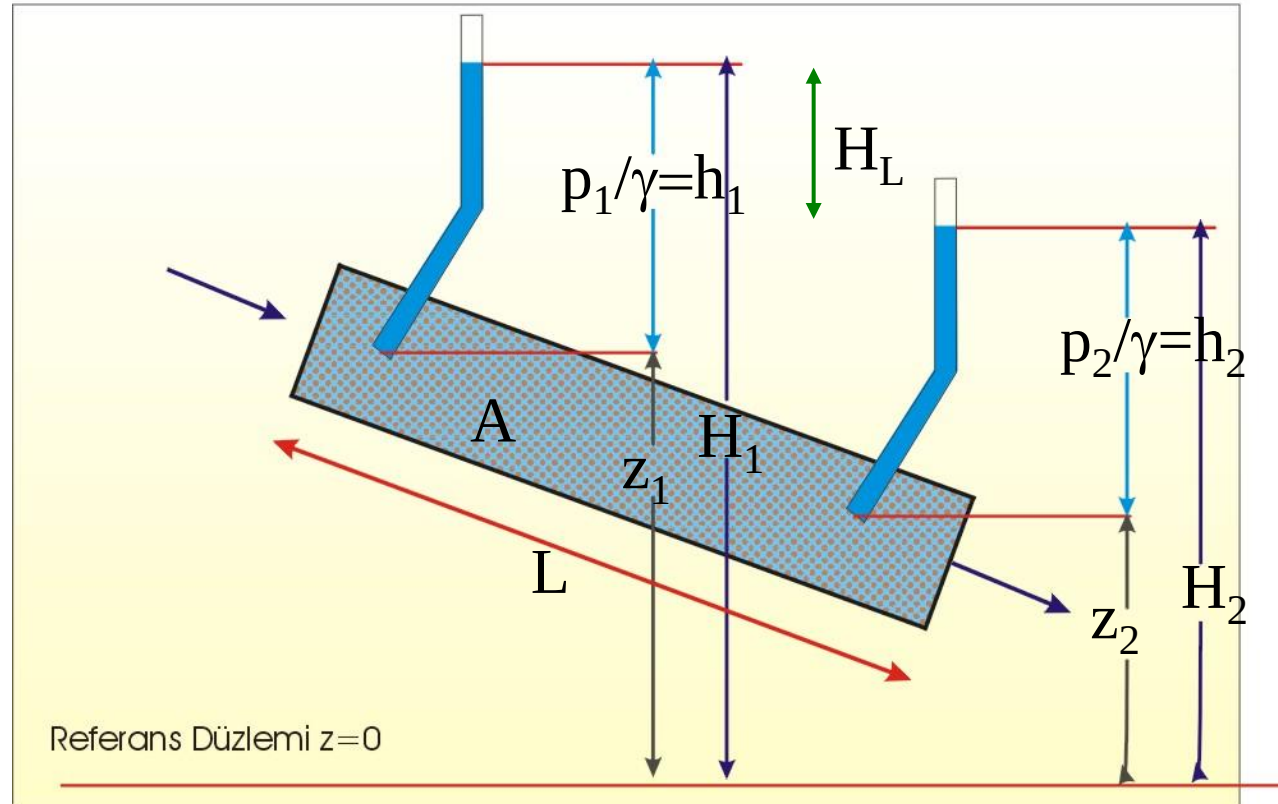


O Halde
Darcy Yasası

$$q \propto i \rightarrow q = K \cdot i$$

$$Q = K \cdot i \cdot A$$

$$Q = K \frac{H_1 - H_2}{L} A$$



Hidrojeolojik Birimler



Akifer: Su taşır ve su iletir

Çakıl, kum, kumtaşı, karstik kireçtaşı vbg.

Akitard: Su taşır ve suyu az iletir

Killi ince kum, Killi siltli kum, Silt vbg.

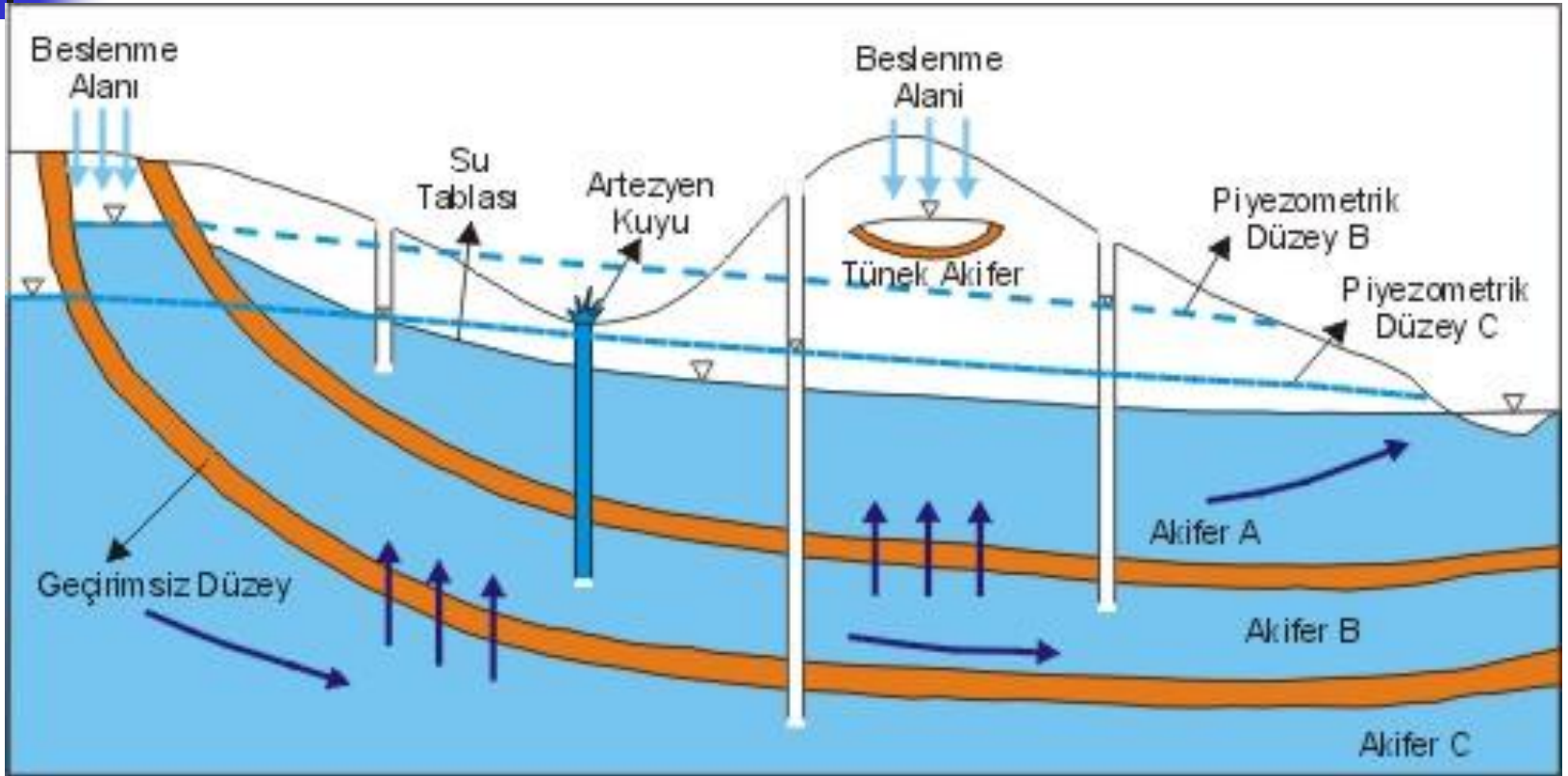
Akiklöd: Su taşır ve suyu iletmez

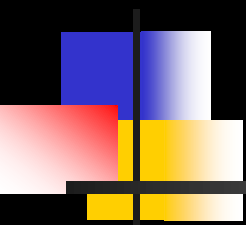
Kil, Siltli Kil.

Akifüj: Suyu ne taşır ne de iletir

Granit, Şist, Diyabaz vbg.

AKİFER TÜRLERİ

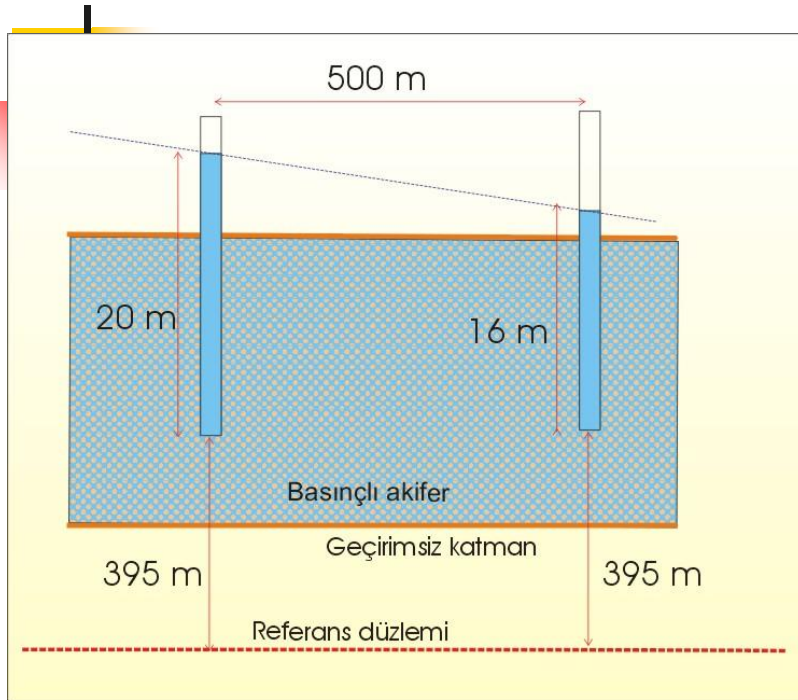




BÖLÜM 4

DARCY YASASI UYGULAMALARI

HİDROLİK GRADYAN



$$\phi_A = h_A + z_A$$

$$\phi_A = 20 + 395 = 415 \text{ m}$$

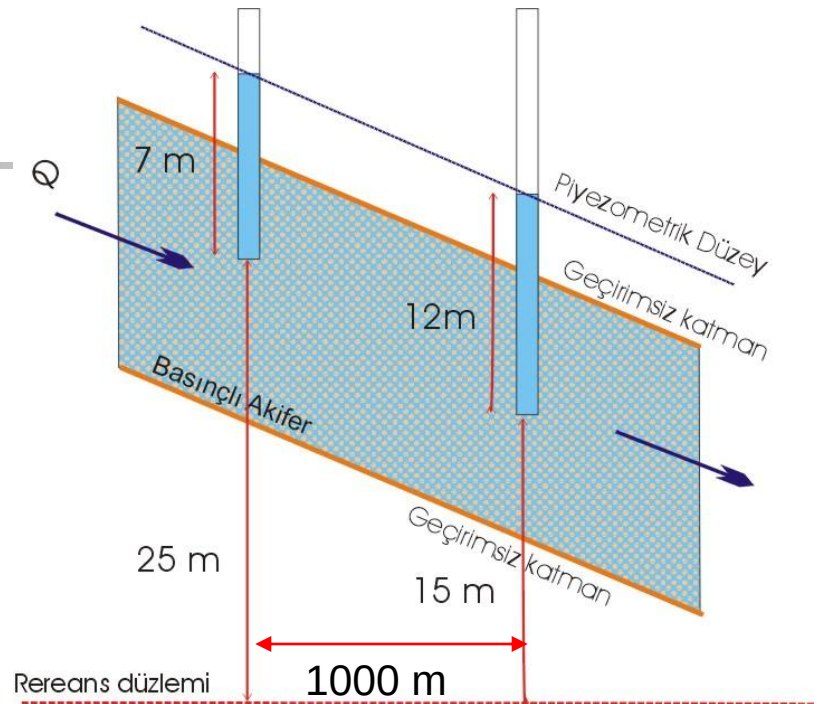
$$\phi_B = h_B + z_B$$

$$\phi_B = 16 + 395 = 411 \text{ m}$$

$$\text{Gradyan} = i = \Delta\phi / \Delta x$$

$$i = (\phi_1 - \phi_2) / L = ((h_1 + z) - (h_2 + z)) / L = (h_1 - h_2) / L$$

$$i = (415 - 411) / 500 = (20 - 16) / 500 = \underline{0.008}$$



$$\phi_A = h_A + z_A$$

$$\phi_A = 7 + 25 = 32 \text{ m}$$

$$\phi_B = h_B + z_B$$

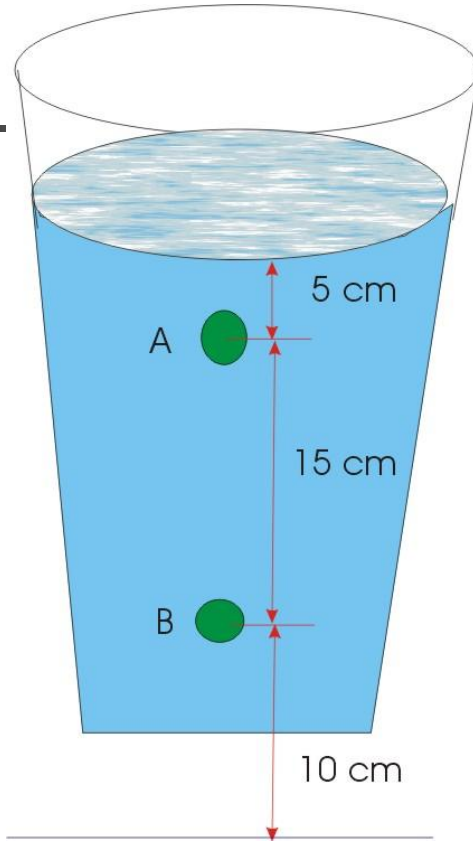
$$\phi_B = 12 + 15 = 27 \text{ m}$$

$$\text{Gradyan} = i = \Delta\phi / \Delta x$$

$$i = (\phi_1 - \phi_2) / L = ((h_1 + z_1) - (h_2 + z_2)) / L$$

$$i = (32 - 27) / 1000 = 5 / 1000 = \underline{0.005}$$

HİDROLİK GRADYAN



$$\text{Gradyan} = \Delta\phi / \Delta x$$

$$\phi_A = h_A + z_A$$

$$\phi_B = h_B + z_B$$

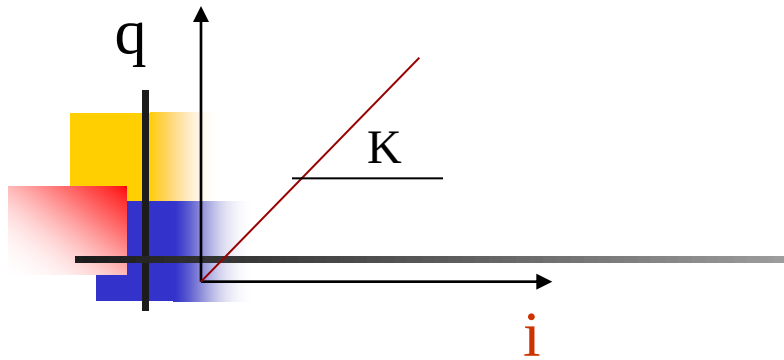
$$\phi_A = 5 + 25 = 30 \text{ cm}$$

$$\phi_B = 20 + 10 = 30 \text{ cm}$$

$$\Delta\phi = \phi_A - \phi_B = 0$$

Gradyan olmadığına göre akım olmaz!!!!

DARCY DENEY DÜZENLEYİ

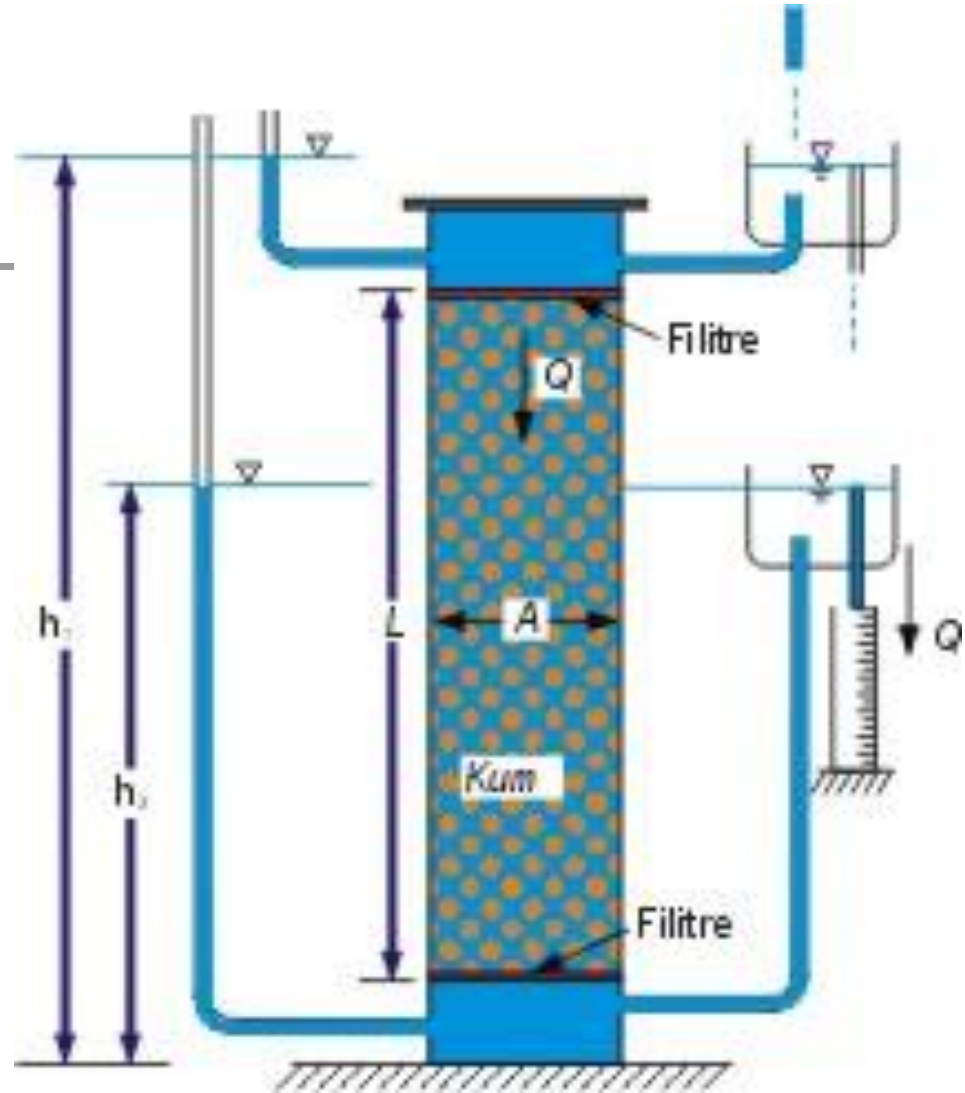


$$q \propto i \rightarrow q = K \cdot i$$

$$Q = K \cdot i \cdot A$$

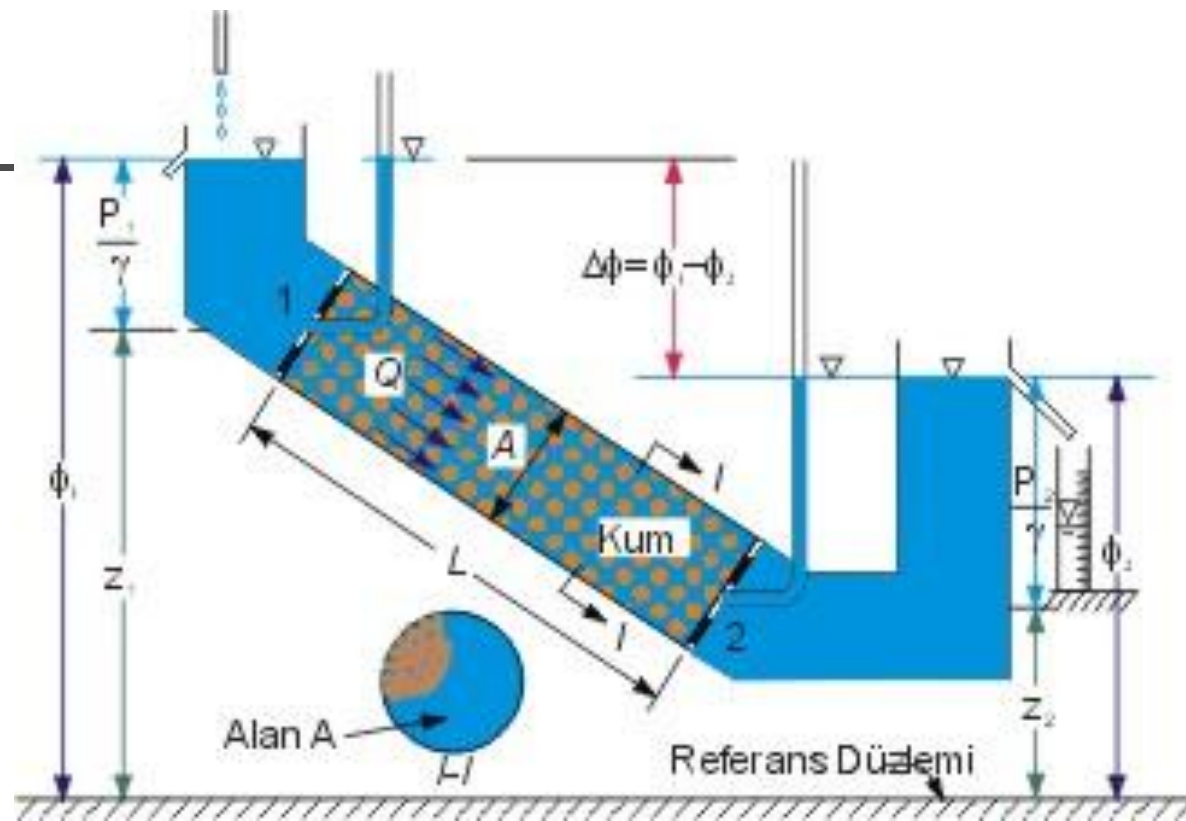
$$Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} A$$

$$\phi = h + z$$



O halde $\phi_1 - \phi_2 = (h_1 + z_1) - (h_2 + z_2) = h_1 - h_2$

$$Q = K \frac{h_1 - h_2}{L} A$$



$$\phi = h + z$$

$$Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} A$$

Darcy Eşitliğinin Geometrik Anlamı

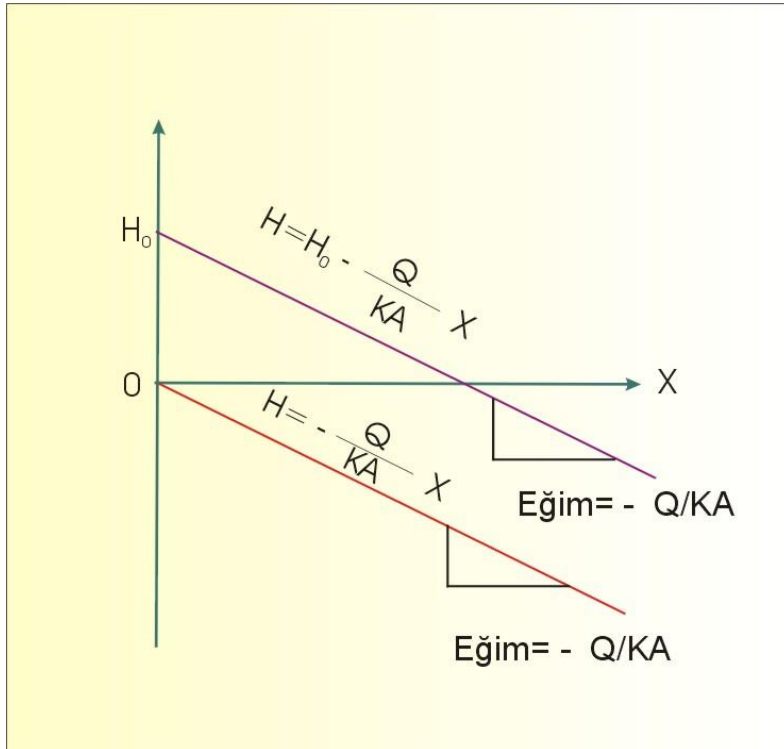
$$Q = K \frac{H_1 - H_2}{L} A$$

$$\frac{Q}{KA} = - \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

$\Delta H = - Q/KA \Delta x$ bu bir doğru denklemdir

$$Q = K \frac{H_1 - H_2}{x} A$$

Doğrunun eğimi Q/KA kadardır.



Sonsuz küçük bir Δx aralığında
Hidrolik yük değişimi
diferansiyel terim olarak gösterilebilir.

$$\frac{Q}{KA} = - \frac{dH}{dx}$$

$$dH = -Q/KA dx$$

Bir diferansiyel ifade haline gelen Darcy eşitliğinin integrali alınır

$$\int_{H_0}^H dH = - \frac{Q}{KA} \int_{x_0}^x dx$$

Sınır koşullarına göre

$$H - H_0 = - \frac{Q}{KA} (x - x_0)$$

AKİFERLERİN HİDROLİK KARAKTERİSTİKLERİ

Hidrolik İletkenlik Katsayısı

*Darcy Eşitliğindeki orantı katsayısı K

* Borularda Debi hesabı: Poiseuille Eşitliği

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (P_1 - P_2)$$

Q: debi, R: Borunun yarıçapı

L : Akış uzunluğu

η : dinamik viskozite

P: basınç

$$A = \pi R^2 \quad i = (P_1 - P_2)/L \text{ ve } h = P/\rho g \quad \text{ise } \rho g(h_1 - h_2)/L$$

$$Q = \frac{R^2 \rho g}{8\eta} \frac{h_1 - h_2}{L} A$$

Diagram showing the equation with two red ovals highlighting the terms $\frac{R^2 \rho g}{8\eta}$ and $\frac{h_1 - h_2}{L}$. Arrows point from these ovals to boxes labeled 'K' and 'i' respectively.

$Q = K \cdot i \cdot A$ Darcy Eşitliği

$$K = \frac{R^2}{8} \frac{\rho g}{\eta}$$

$k = C d^2$ Özgül geçirgenlik: malzemenin özellikleri

$$K = k \frac{\rho g}{\eta} \quad \text{Malzeme+akışkan özellikleri}$$

Hidrojeolojik Birimler



Akifer: Su taşır ve su iletir

Çakıl, kum, kumtaşı, karstik kireçtaşı vbg.

Akitard: Su taşır ve suyu az iletir

Killi ince kum, Killi siltli kum, Silt vbg.

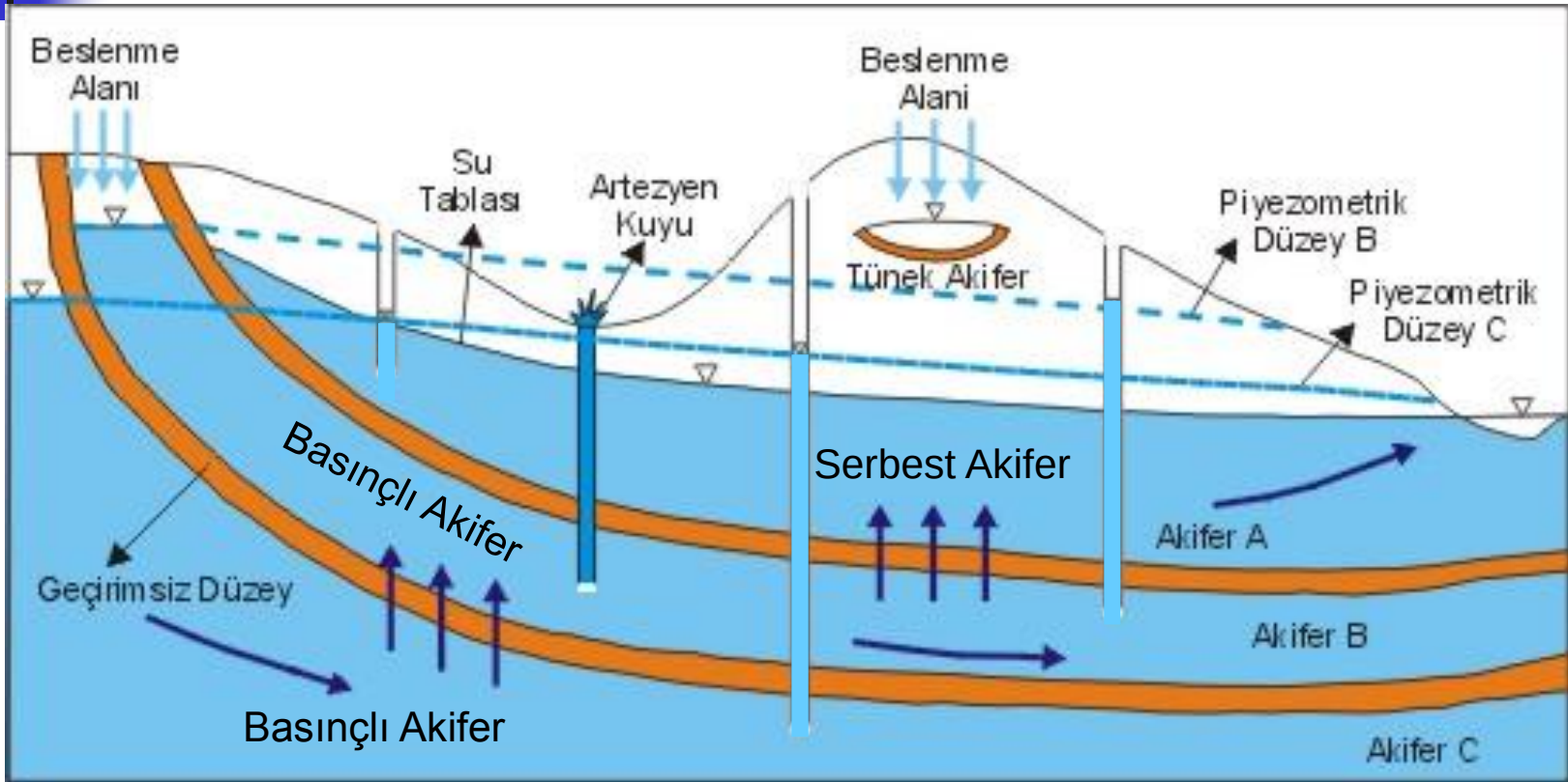
Akiklöd: Su taşır ve suyu iletmez

Kil, Siltli Kil.

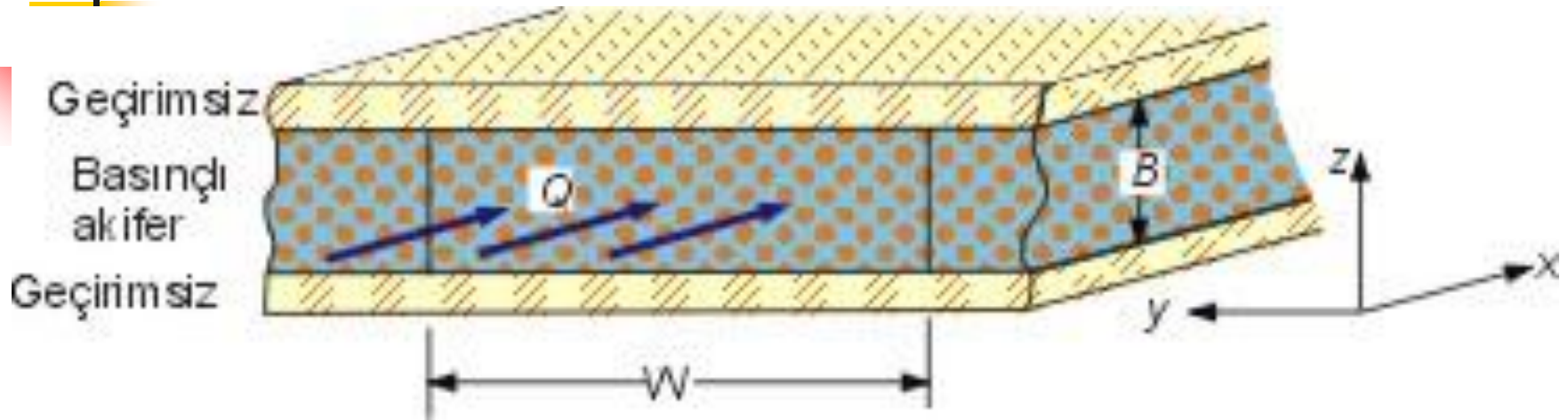
Akifüj: Suyu ne taşır ne de iletir

Granit, Şist, Diyabaz vbg.

AKİFER TÜRLERİ



BASINÇLI AKİFERLERDE DARCY EŞİTLİĞİ

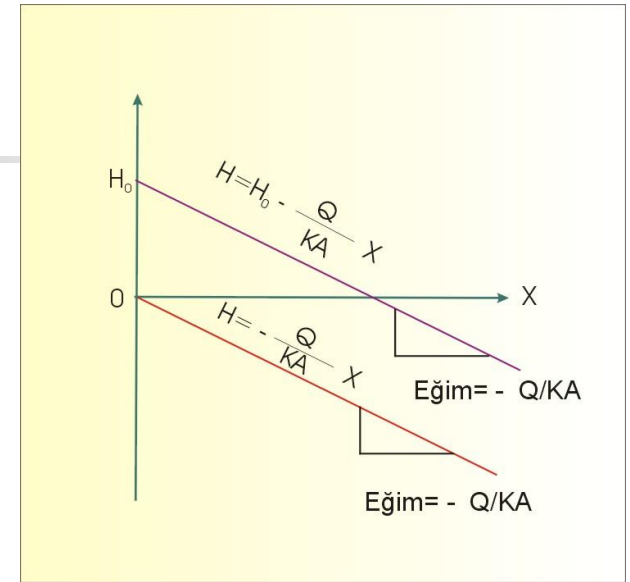
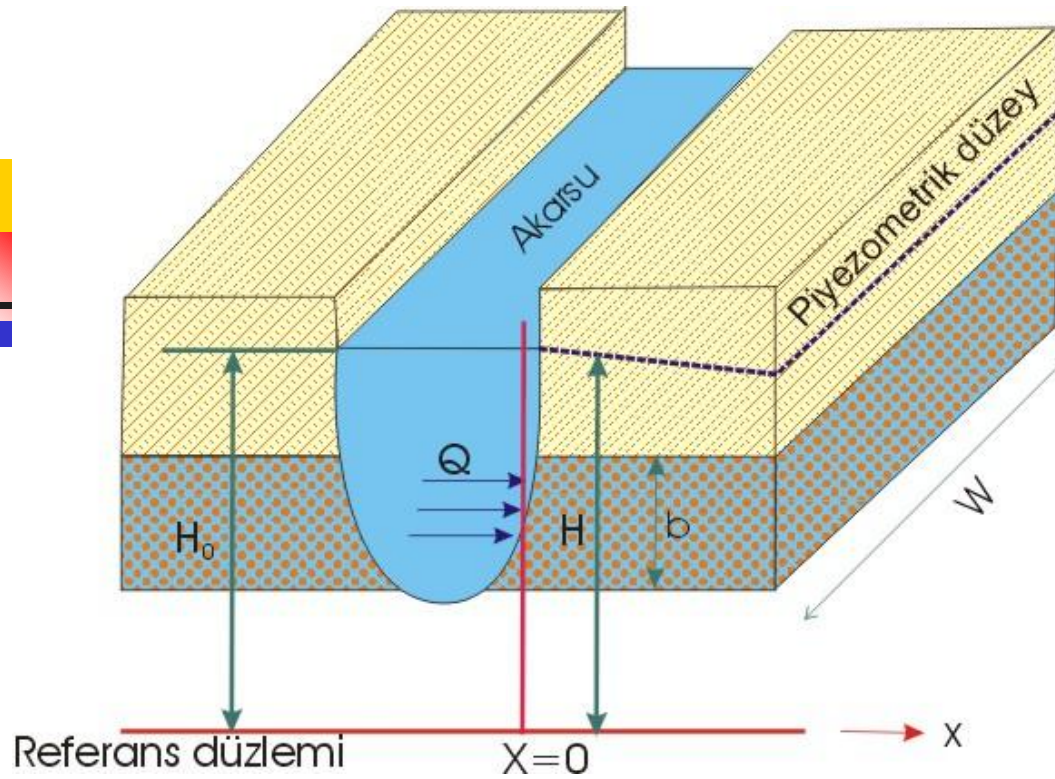


Akıma Dik Yönde Kesit Alanı = $W \times B$

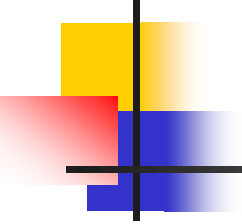
Darcy Eşitliği

$$Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} A \quad Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} WB$$

$$Q = K \frac{h_1 - h_2}{L} W \times B$$



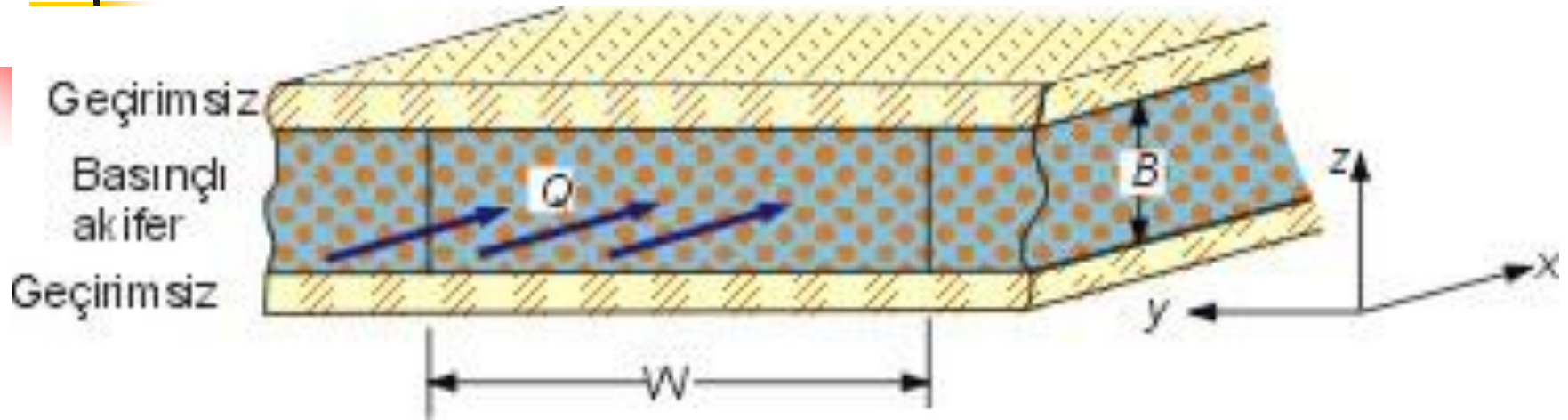
$$H - H_0 = - \frac{Q}{KA} x - x_0$$



BÖLÜM-4

Akiferlerin Hidrolik Özellikleri

BASINÇLI AKİFERLERDE DARCY EŞİTLİĞİ



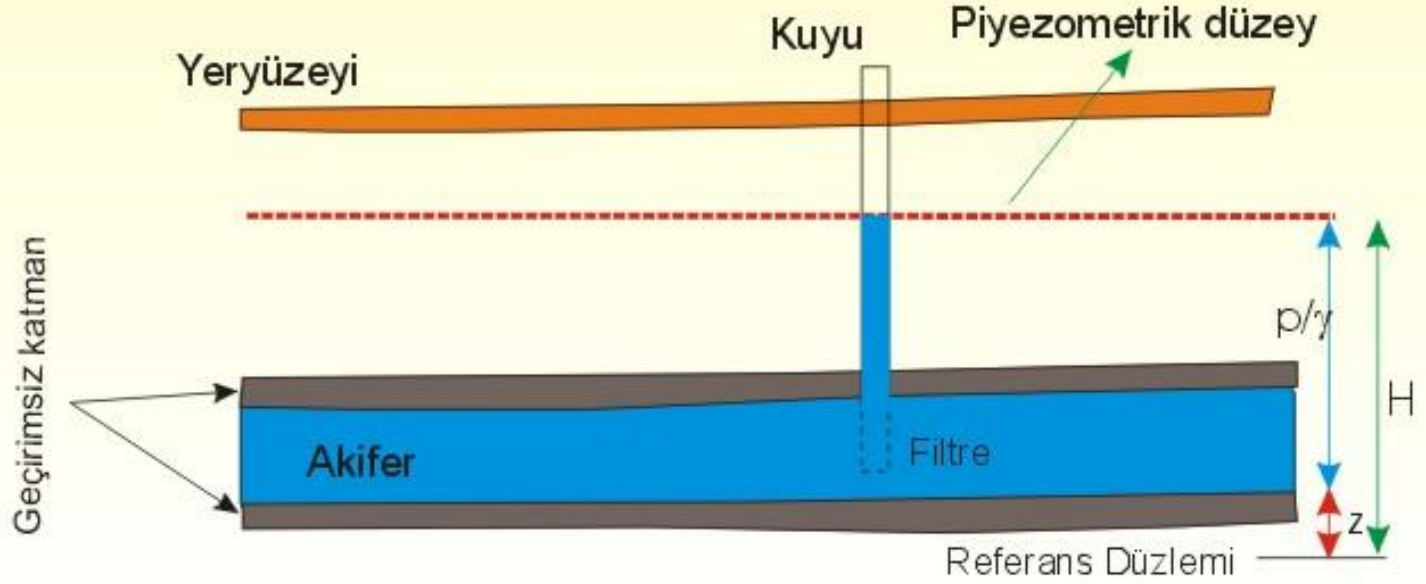
Akıma Dik Yönde Kesit Alanı = $W \times B$

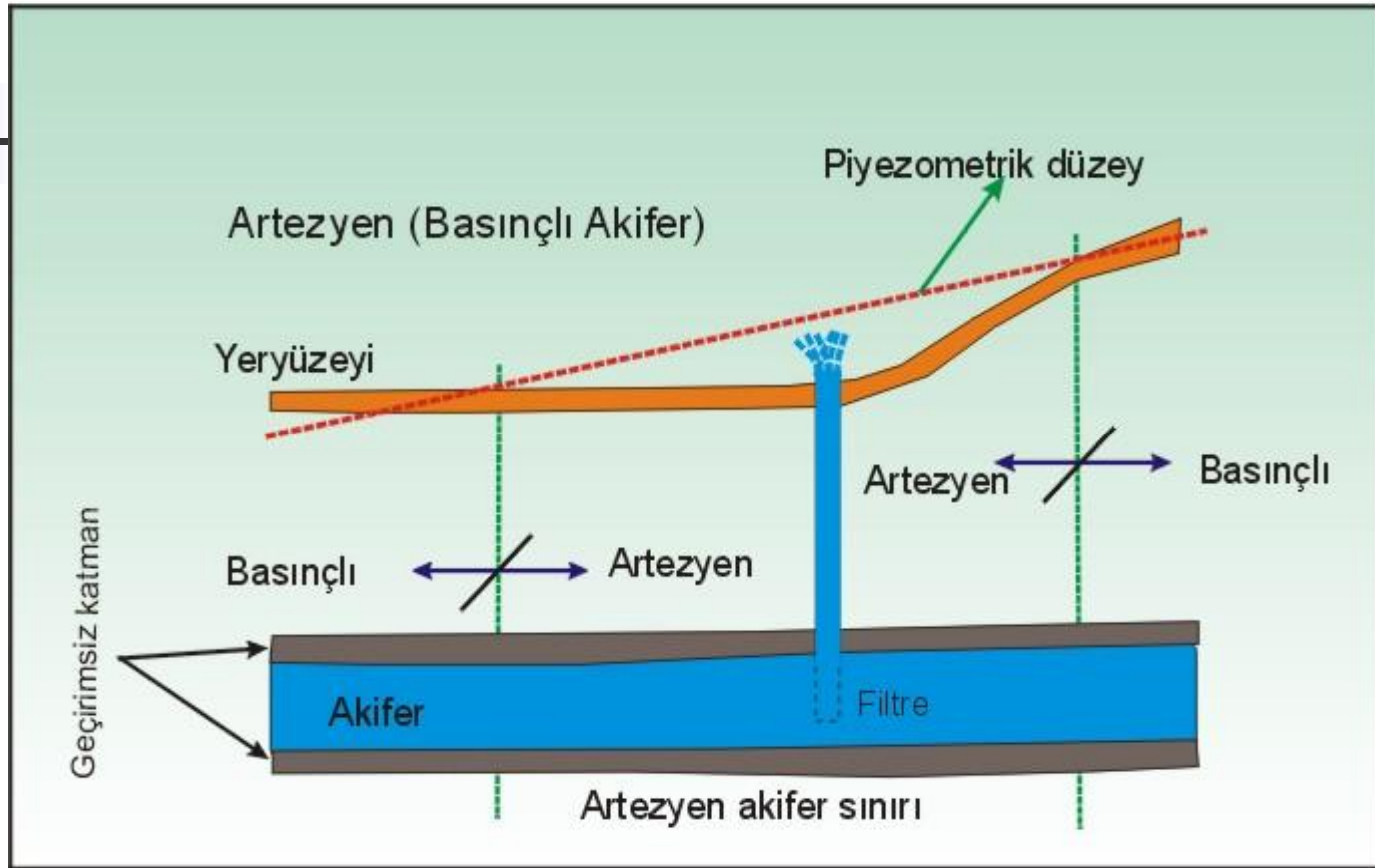
Darcy Eşitliği

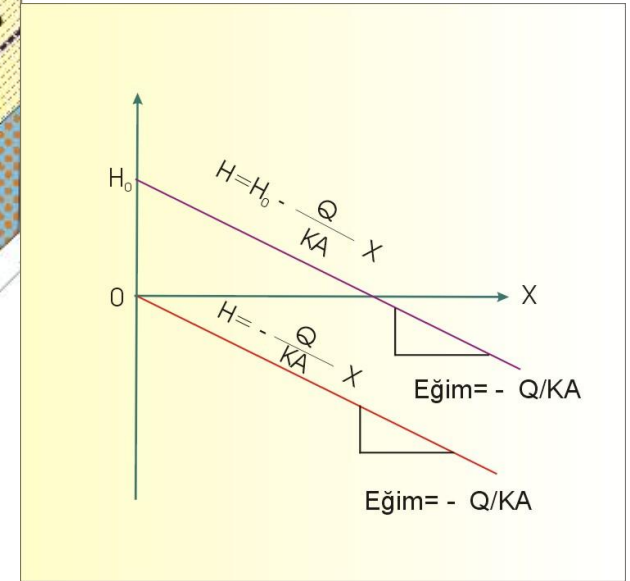
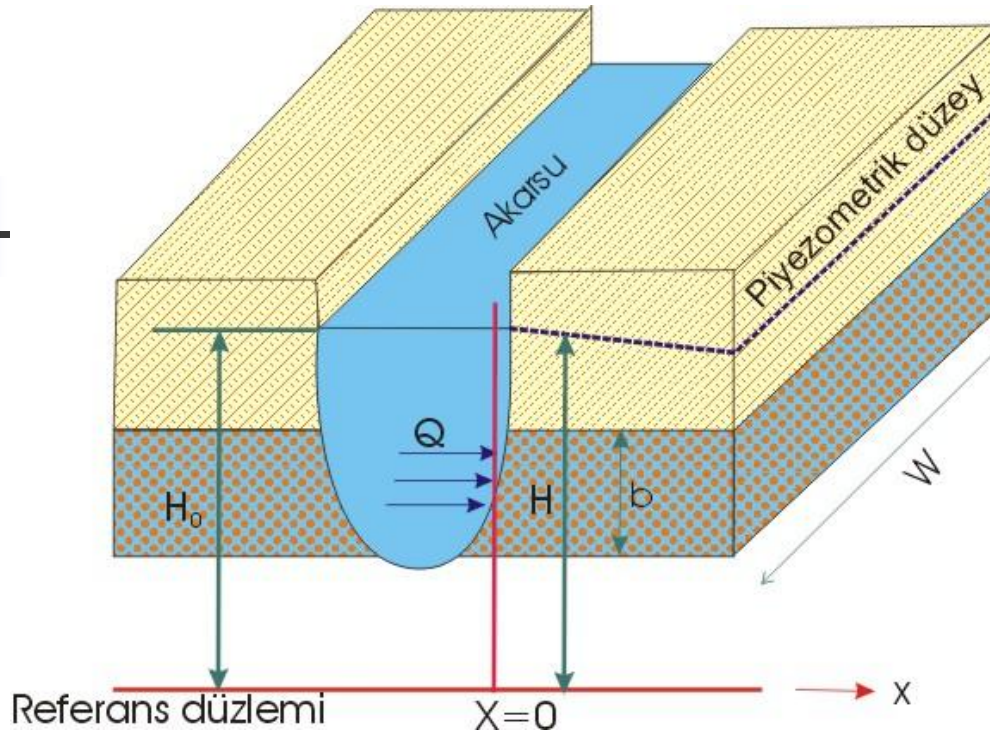
$$Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} A \quad Q = K \frac{\phi_1 - \phi_2}{L} WB$$

$$Q = K \frac{h_1 - h_2}{L} W \times B$$

Basınçlı Akifer

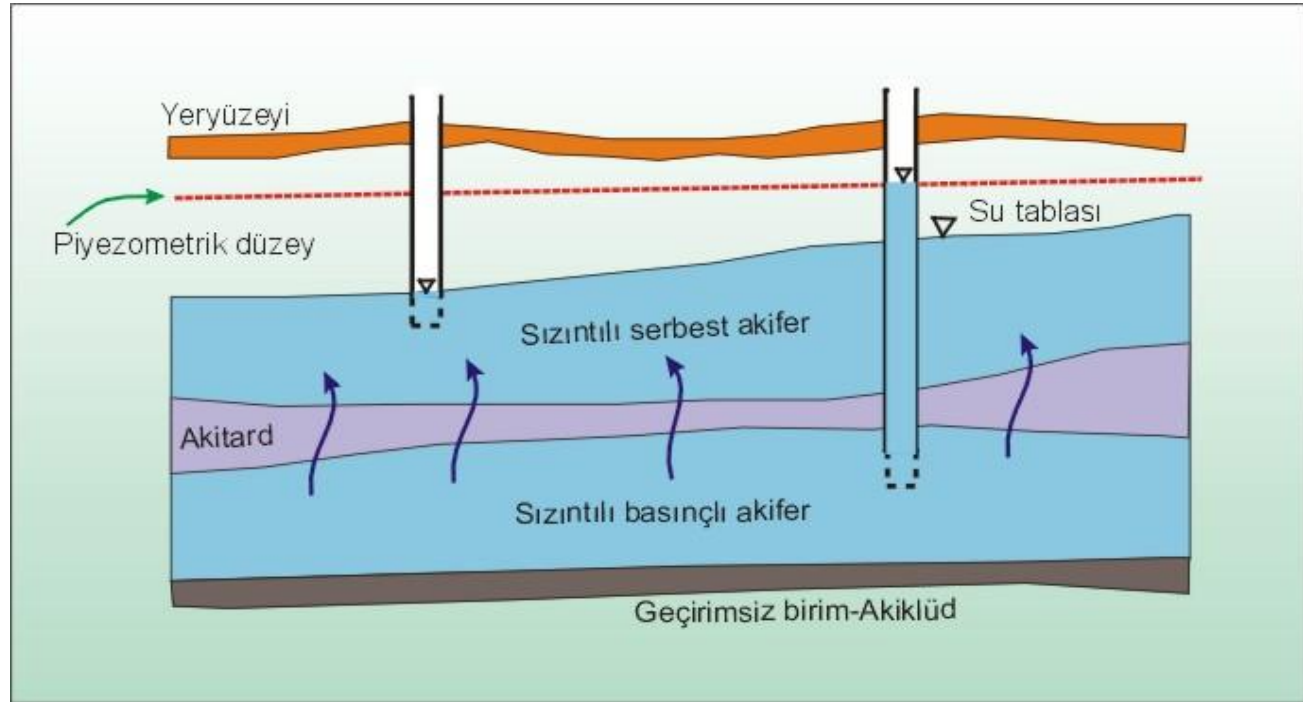


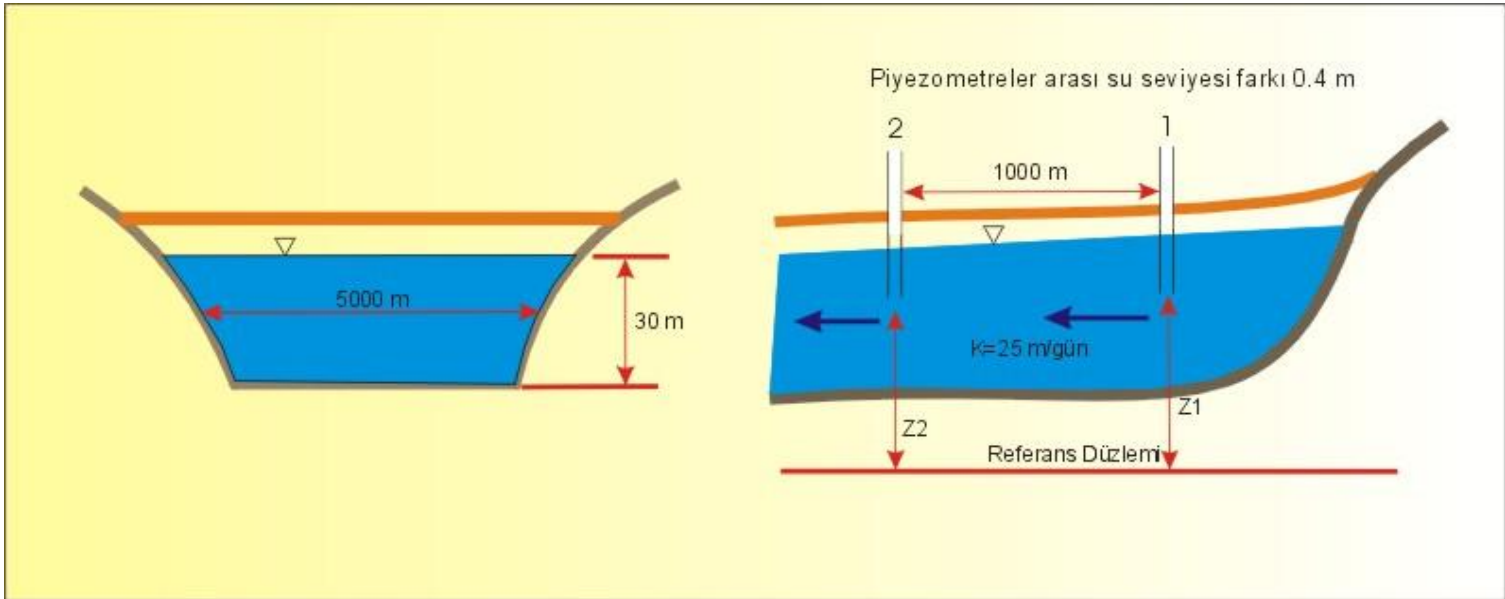


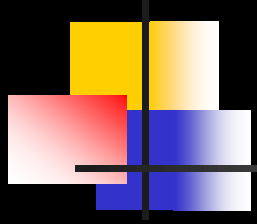


$$H - H_0 = - \frac{Q}{KA} x - x_0$$

Yarı Basıncılı Akifer Sızıntılı Akiferler)





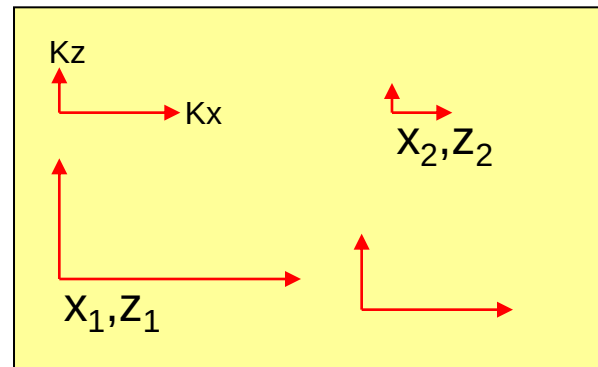
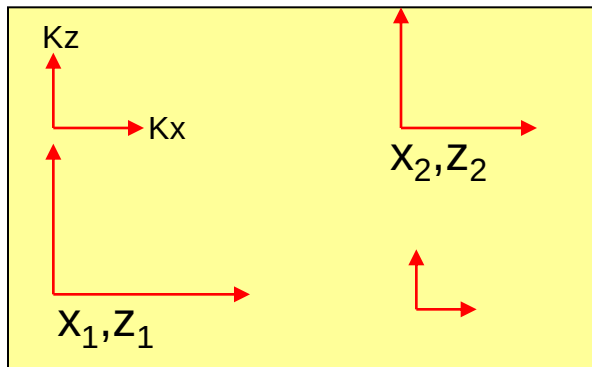
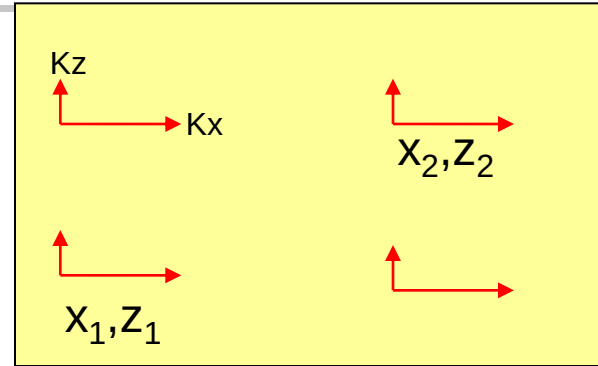
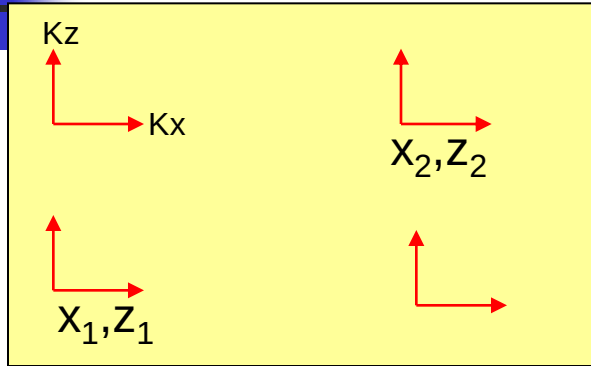


BÖLÜM-5

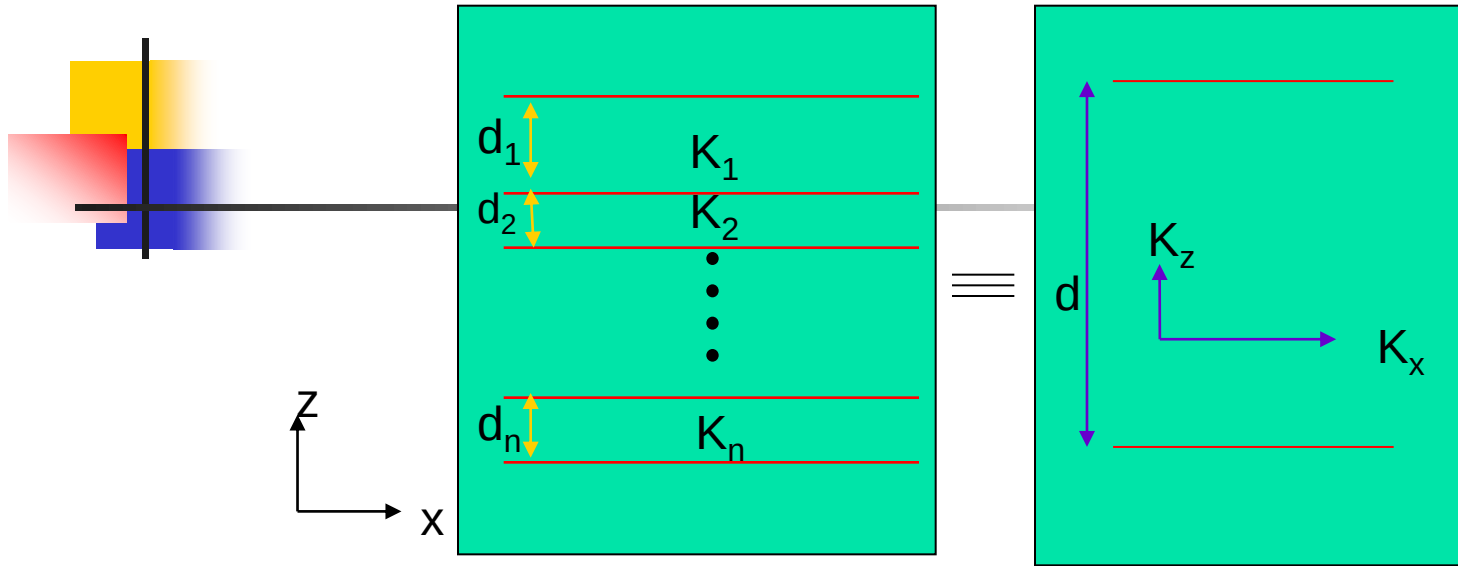
Heterojenlik-Anizotropi

Heterojenlik ve Anizotropi

Heterojenlik: Konuma göre değişkenlik



EŞDEĞER HİDROLİK İLETKENLİK KATSAYISI



Düşey

$$K_z = \frac{qd}{\Delta h} = \frac{q}{\frac{\Delta h_1}{K_1} + \frac{\Delta h_2}{K_2} + \dots + \frac{\Delta h_n}{K_n}}$$

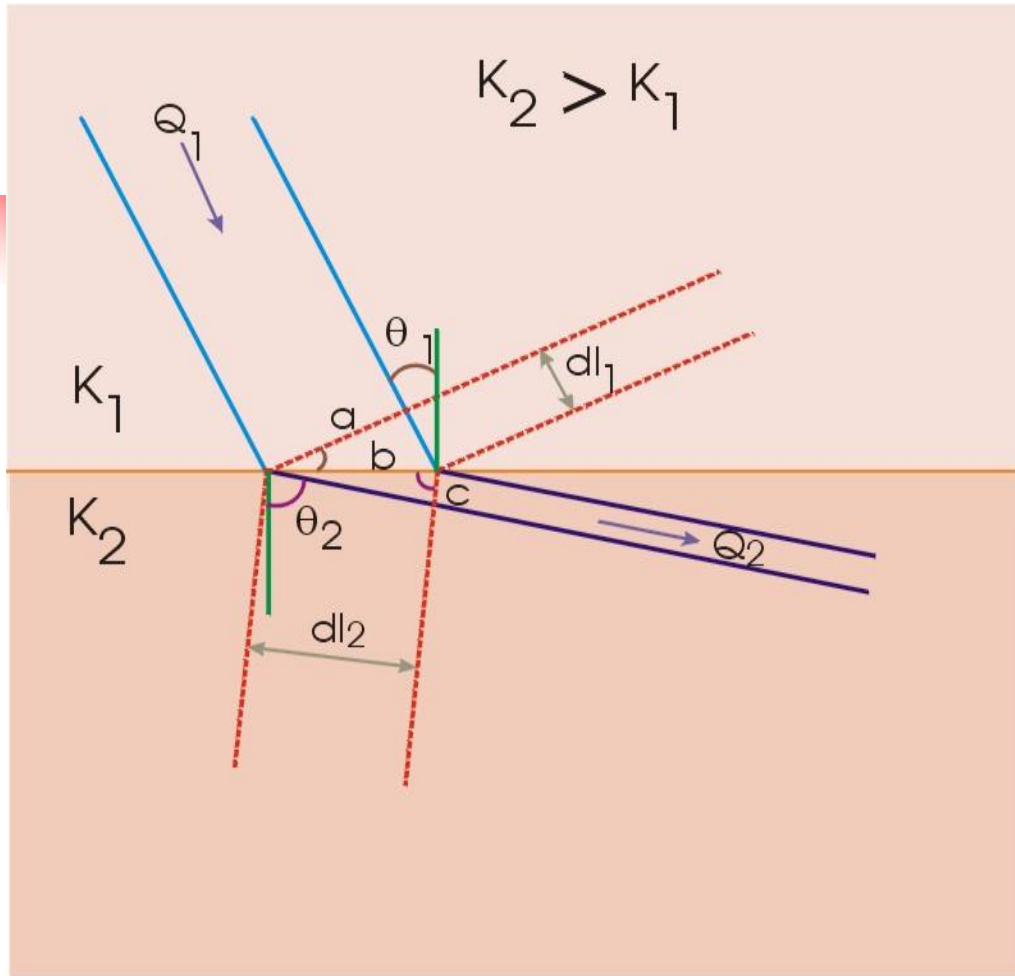
$$q = \frac{K_1 \Delta h_1}{d_1} = \frac{K_2 \Delta h_2}{d_2} = \dots = \frac{K_n \Delta h_n}{d_n} = \frac{K_z \Delta h}{d}$$

$$K_z = \frac{d}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{K_i}}$$

Yatay

$$K_x = \sum_{i=1}^n \frac{K_i d_i}{d}$$

Heterojen Sistemler ve Tanjant Yasası



$$Q_1 = Q_2$$

$$K_1 a \frac{dh_1}{dl_1} = K_2 c \frac{dh_2}{dl_2}$$

dl_1 ve dl_2 aynı eşpotansiyeller arasındaki uzaklıklar olduğuna göre
 $dh_1 = dh_2$

$$\cos \theta_1 = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cos \theta_1$$

$$c = b \cos \theta_2$$

$$\sin \theta_1 = \frac{dl_1}{b}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{dl_2}{b}$$

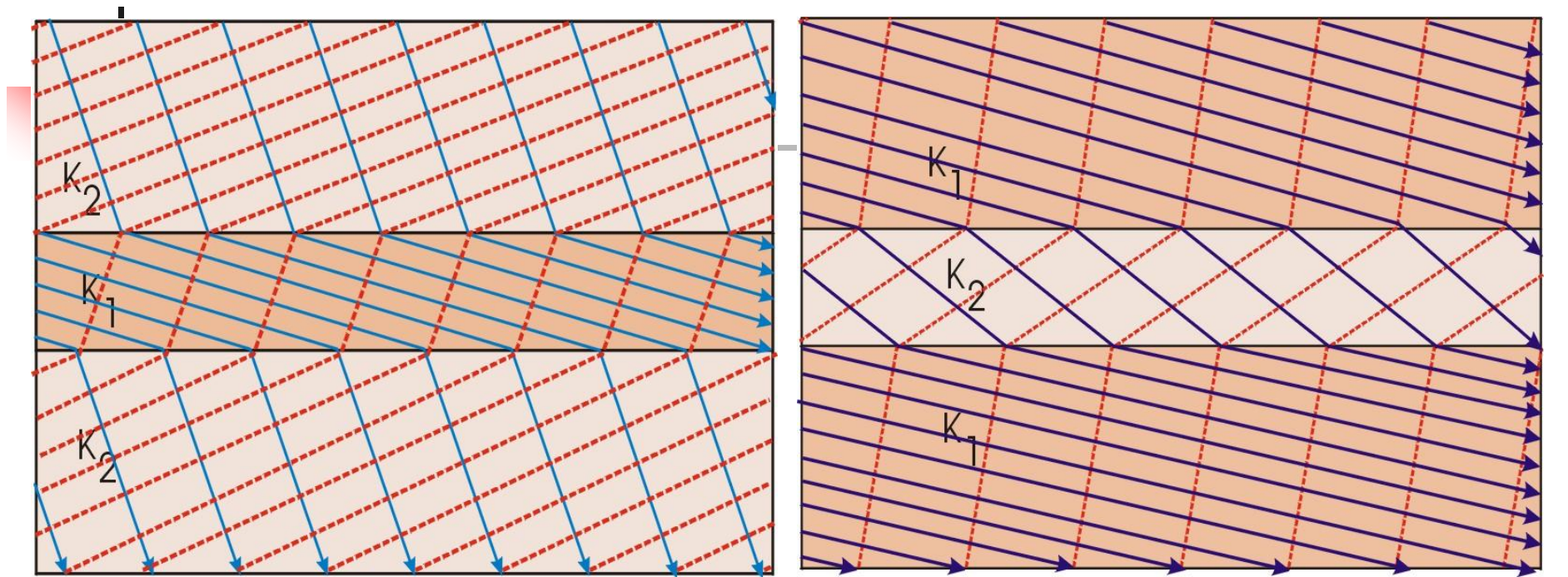
$$dl_1 = b \sin \theta_1$$

$$dl_2 = b \sin \theta_2$$

$$K_1 \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1} = K_2 \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_2}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2}$$

Akım Çizgilerinin Katmanlı Sistemlerde Kırılması (Tanjant Yasası)

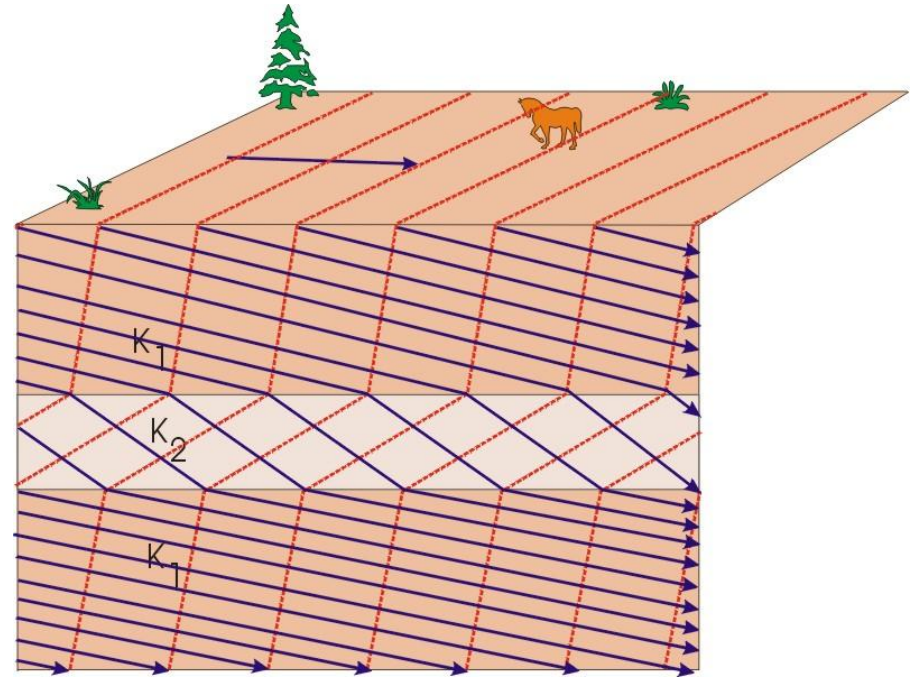
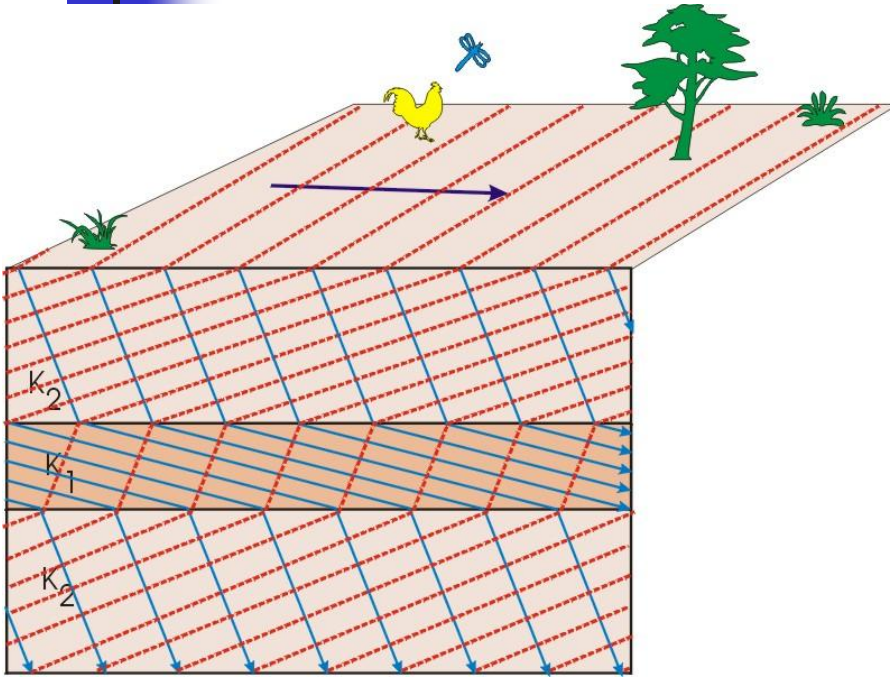


$$\frac{K_1}{K_2} = 10$$

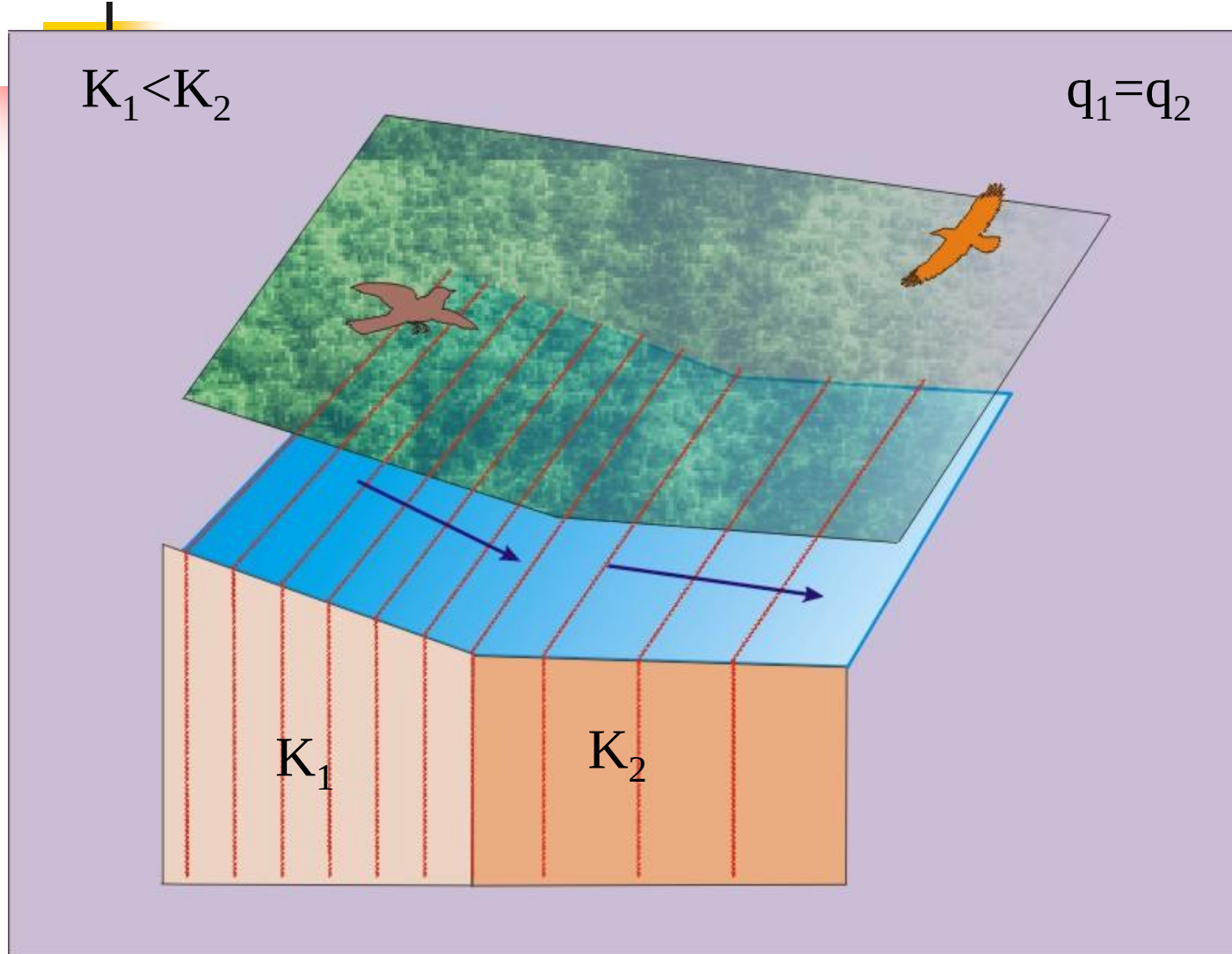
$$\theta_1 = 45 \text{ veya } 30 \quad \theta_2 = 5.7 \text{ veya } 3.3$$

$$\tan \theta_1 = 1 \text{ veya } 0.56 \quad \tan \theta_2 = 0.1 \text{ veya } 0.056$$

Katmanlı Sistemlerde Akım Ağlarının Kesit ve Plan Görünümleri



Hidrolik İletkenliğin Yanal Değişimi ve Eşpotansiyel Eğrilerinin Konumu



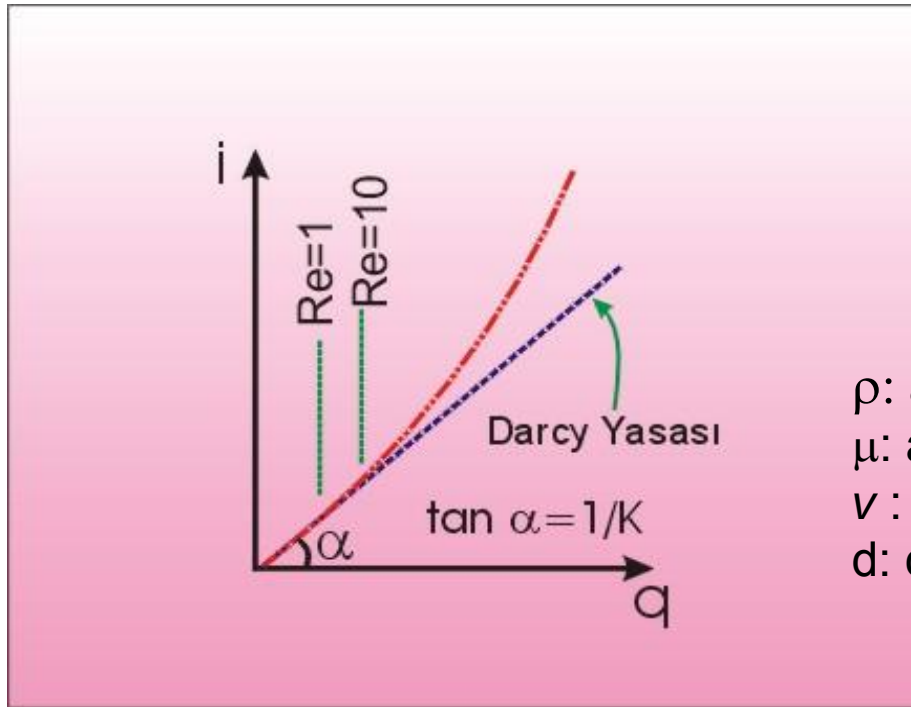
$$K_1 i_1 = K_2 i_2$$

$$K_1 \frac{dh_1}{dl_1} = K_2 \frac{dh_2}{dl_2}$$

$$dh_1 = dh_2$$

$$K \propto dl$$

Darcy yasasının geçerliliği



$$Re = \frac{\rho v d}{\mu}$$

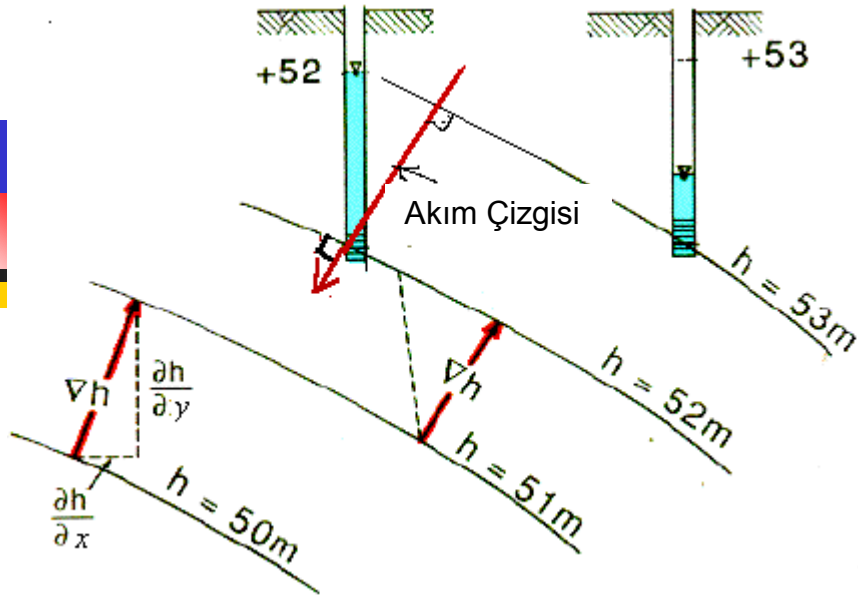
ρ : akışkanın yoğunluğu

μ : akışkanın viskozitesi

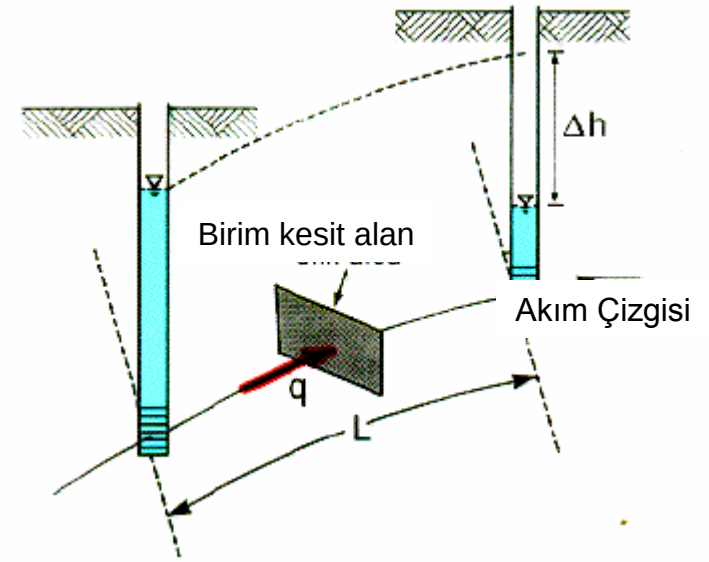
v : özgül debi

d : ortamı temsil eden uzunluk boyutlu bir parametre (etkin tane boyu ?)

AKIM AĞI: EŞPOTANSİYEL EĞRİLER VE AKIM ÇİZGİLERİ

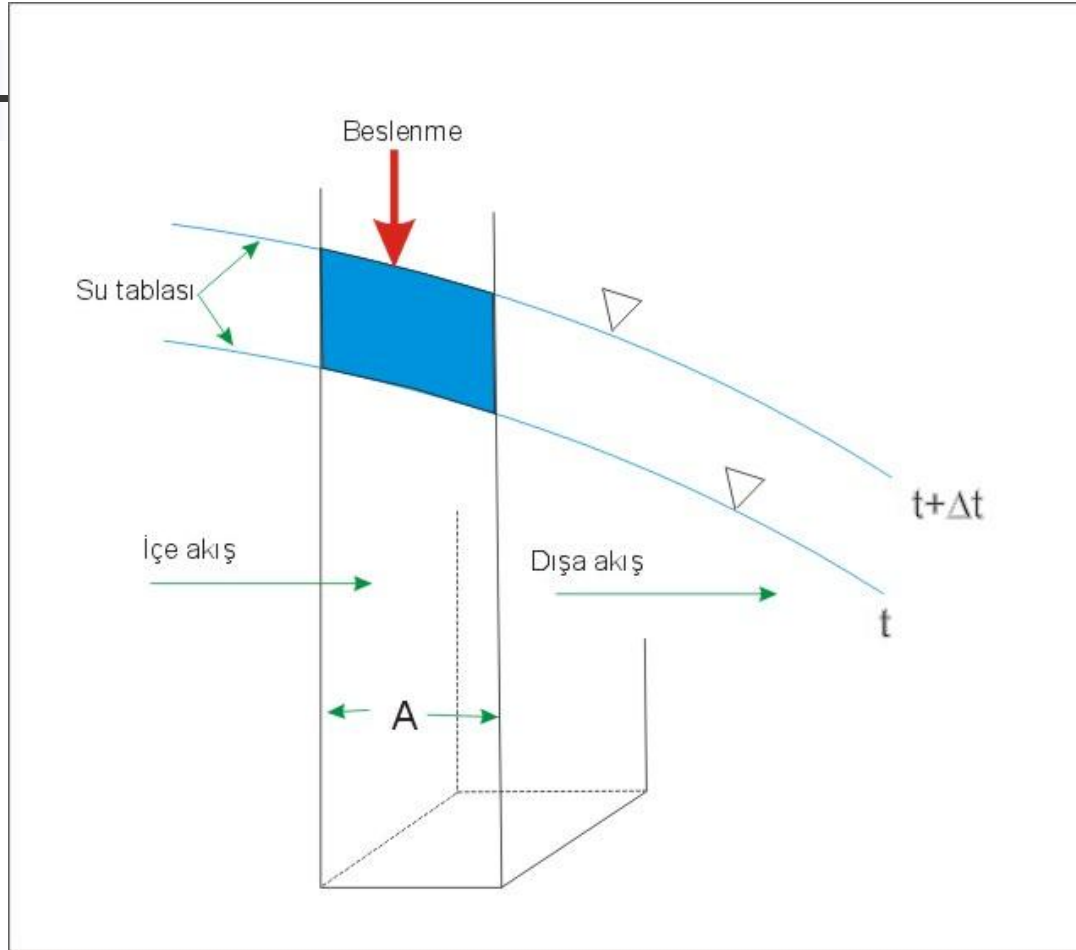


PLAN



KESİT

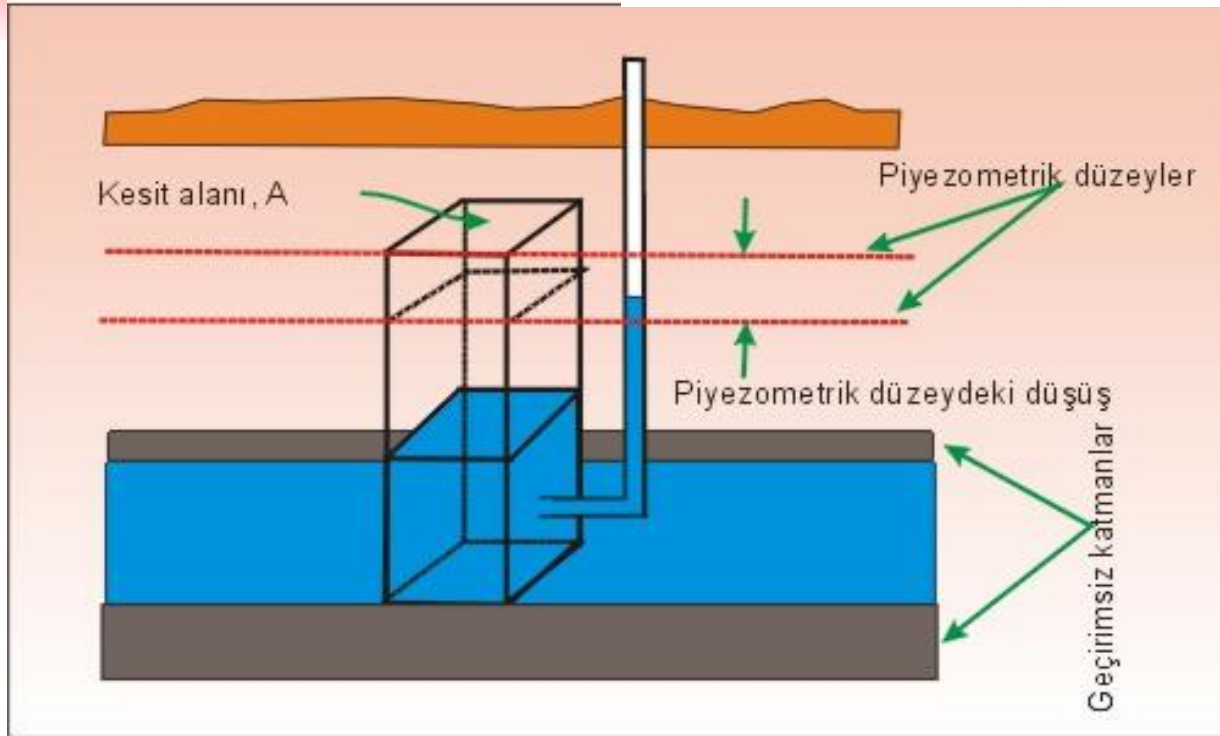
Serbest akiferlerde



$$S=n_e$$

Depolama: Depolama Katsayısı (S) ve Özgül Depolama (S_s)

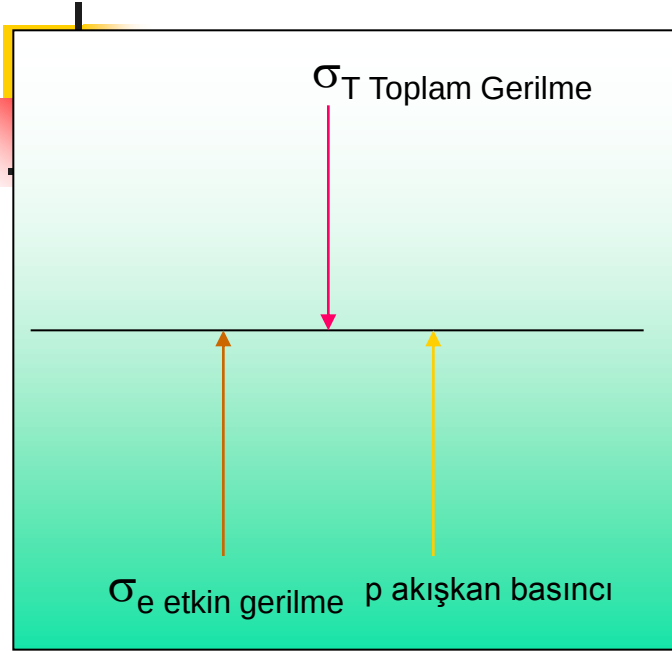
Basıncı Akiferlerde



$$S = S_s b$$

$$S_s = \rho g (\alpha + n \beta)$$

Depolama: Suyun ve Katı İskeletin Sıkışabilirliği



$$\sigma_T = \sigma_e + p$$

Değişim cinsinden yazılırsa

$$d\sigma_T = d\sigma_e + dp \longrightarrow d\sigma_e = -dp = -\rho g dh$$

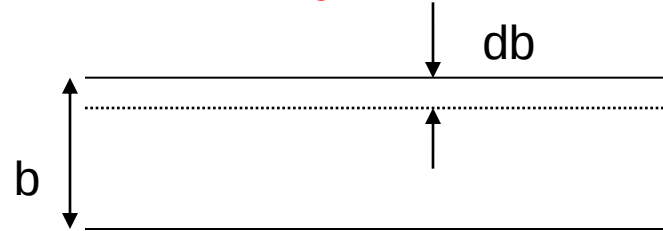
Suyun Sıkışabilirliği

$$\beta = -(dV_w/V_w)/dp$$

Katı İskeletin Sıkışabilirliği

$$\alpha = -(dV_T/V_T)/d\sigma_e$$

$$db = -\alpha b d\sigma_e = -\alpha b \rho g dh$$



$$dV_w = -dV_T = \alpha V_T d\sigma_e$$

Birim $V_T (=1)$ ve
birim yük düşüşü ($dh=-1$) için

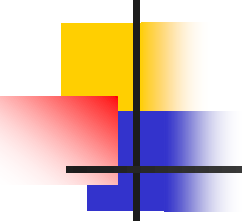
$$\underline{dV_w = \alpha \rho g}$$

O halde $\beta = -(dV_w/V_w)/dp$ 'dan $dV_w = -\beta V_w dp$ $V_w = nV_T$ ise

$$\underline{dV_w = -\beta n \rho g}$$

Toplam= Özgül Depolama

$$S_s = \rho g (\alpha + n\beta)$$

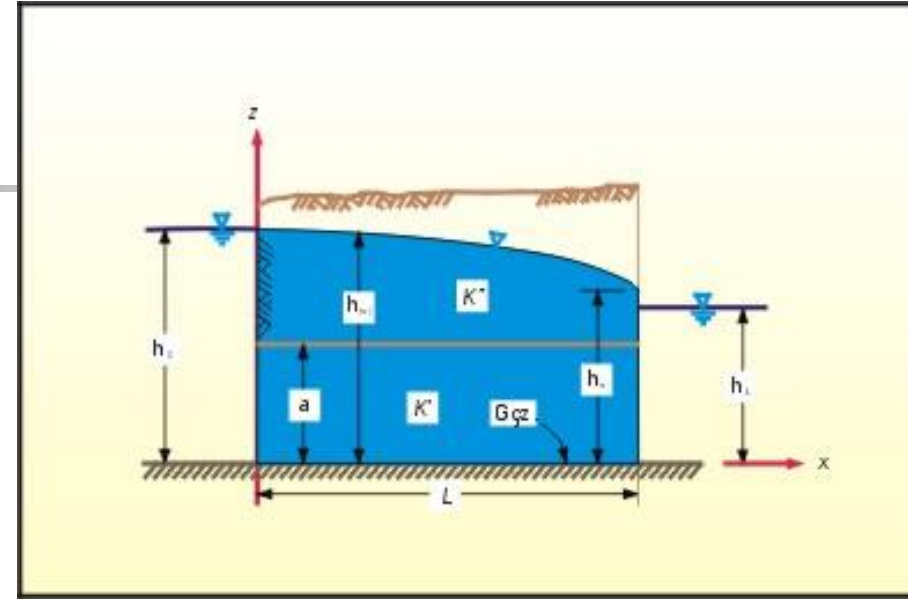
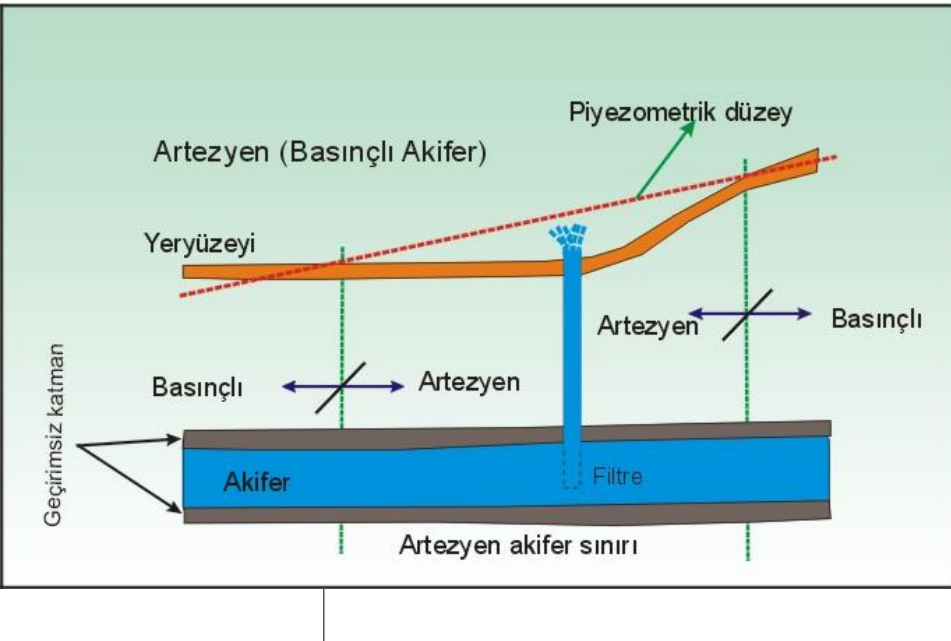


BÖLÜM-6

DUPUIT (1863) VARSAYIMLARI

Dupuit-Forchheimer (1901) Akım Eşitliği

Serbest Akiferlerde Darcy Yasasının Geçerliliği



$$q_x = -Kdh / dx$$

$$h=h(x)$$

$$h=h(x,y)$$

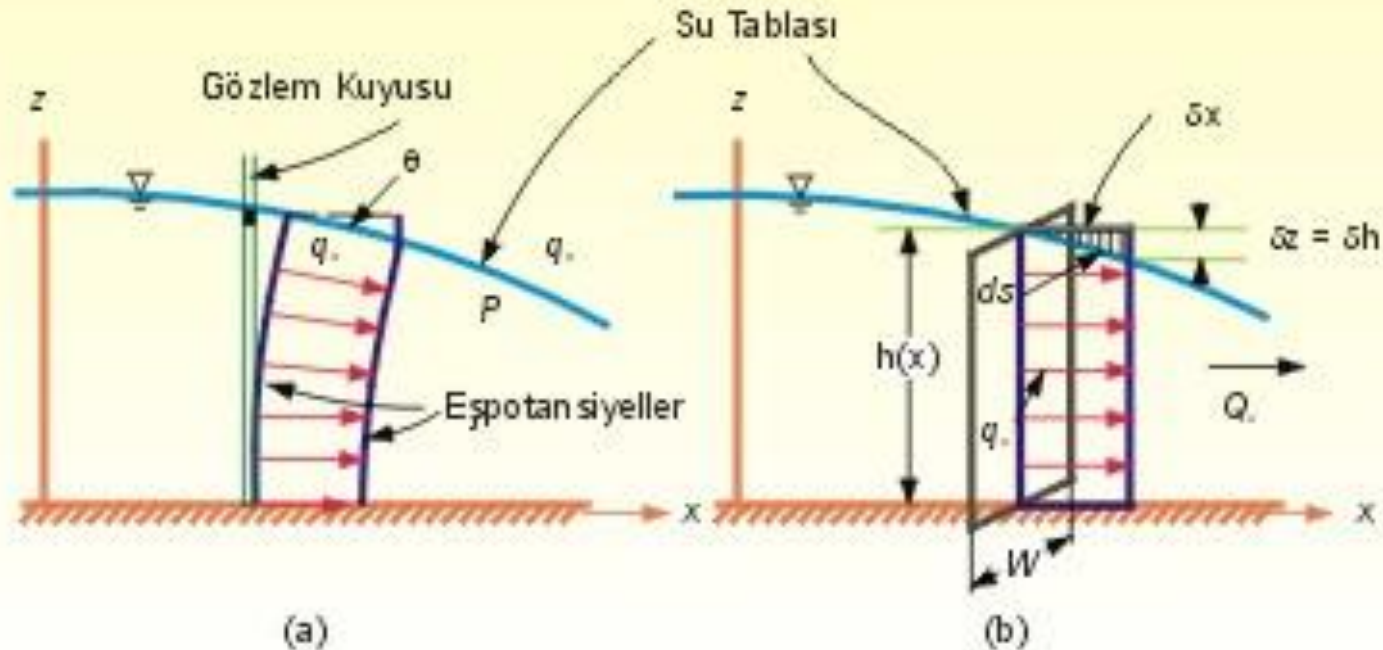
$$q_x = -K \delta h / \delta x$$

$$q_y = -K \delta h / \delta y$$

Özgöl debi $q=q(x,y,z,t)$ her noktada belirleyebilmek için $\phi=\phi(x,y,z,t)$ 'nin bilinmesi gerekir....

Serbest akiferlerde hem ϕ hem de q yerden yere değişir..

DUPUIT (1863) Varsayımları



$$q_s = -K d\phi / ds = -K dz / ds = -K \sin \theta$$

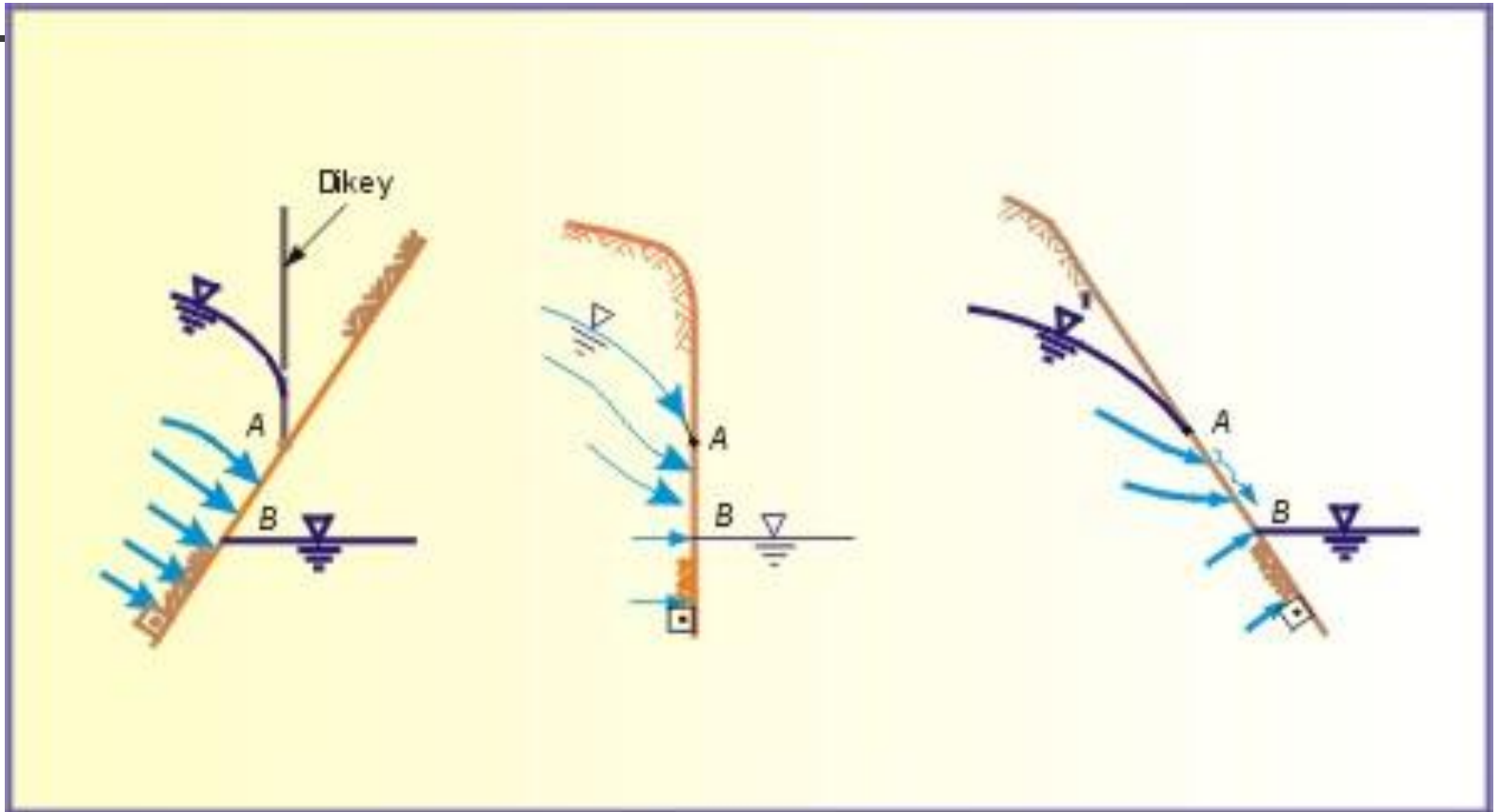
$$h=h(x)$$

$$q_x = -K dh / dx$$

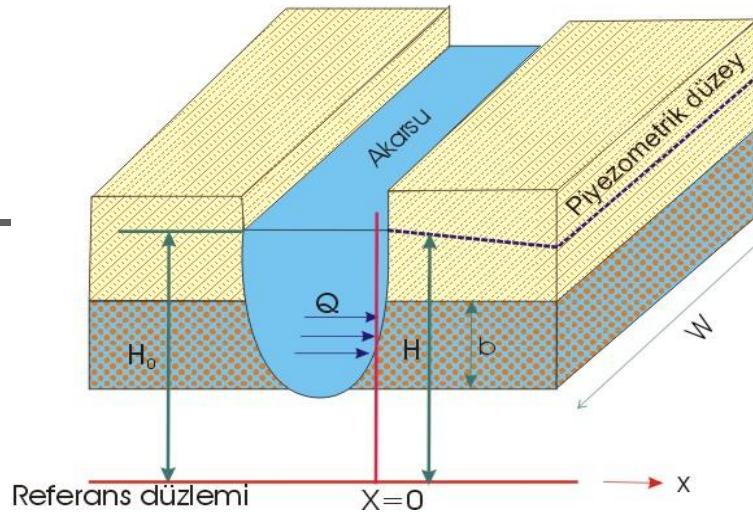
$$h=h(x,y)$$

$$q_x = -K \delta h / \delta x \quad q_y = -K \delta h / \delta y$$

Akımın Düşey Bileşene Sahip Olduğu Alanlar



Basıncılı Akiferde Toplam Akım (Darcy Eşitliği)



$$Q = -KA \frac{dh}{dx}$$

$$A = W.b$$

$$Q = -KWb \frac{dh}{dx}$$

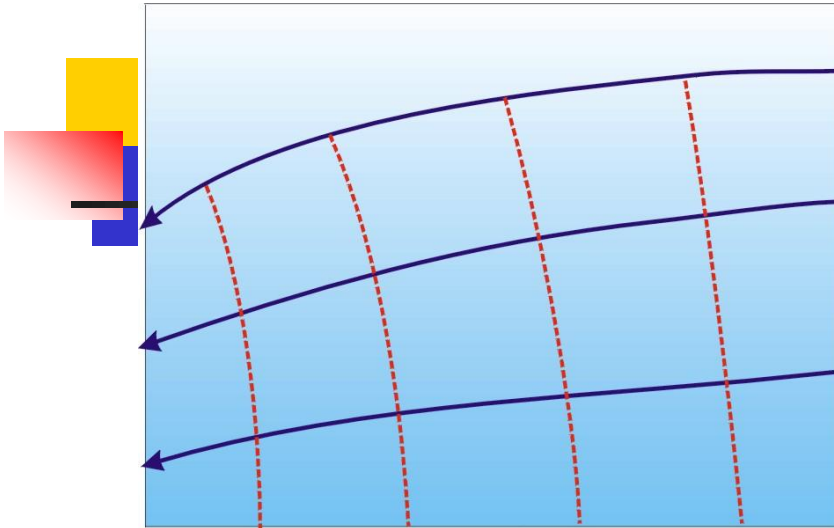
$$T = K.b$$

T, İletimlilik (Transmissivite) L^2/T

$$Q = -T \frac{dh}{dx} W$$

Akiferin birim genişliğinden geçen toplam akım

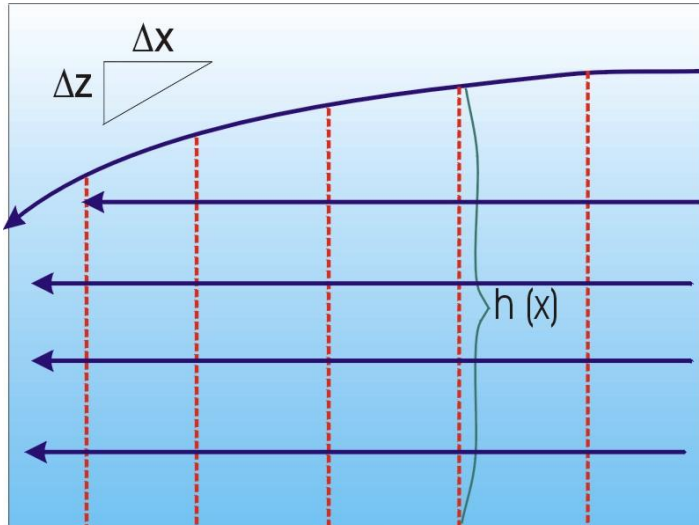
$$Q = -T \frac{dh}{dx}$$



$$Q = -KA \frac{dh}{dx}$$

$$A = W \cdot h(x)$$

$$Q = -KW h(x) \frac{dh}{dx}$$



$$Q = -Kh(x) \frac{dh}{dx}$$

$$\int_{h_1}^{h_2} h(x) dh = -\frac{Q}{K} \int_{x_1}^{x_2} dx$$

$$\frac{h^2}{2} = -\frac{Q}{K} x$$

$$Q = -K \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$$

Dupuit-Forchheimer Akım Eşitliği

$$A=W.h_{\text{ort}}$$

$$Q = -KW h_{\text{ort}} i$$

$$h_{\text{ort}} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

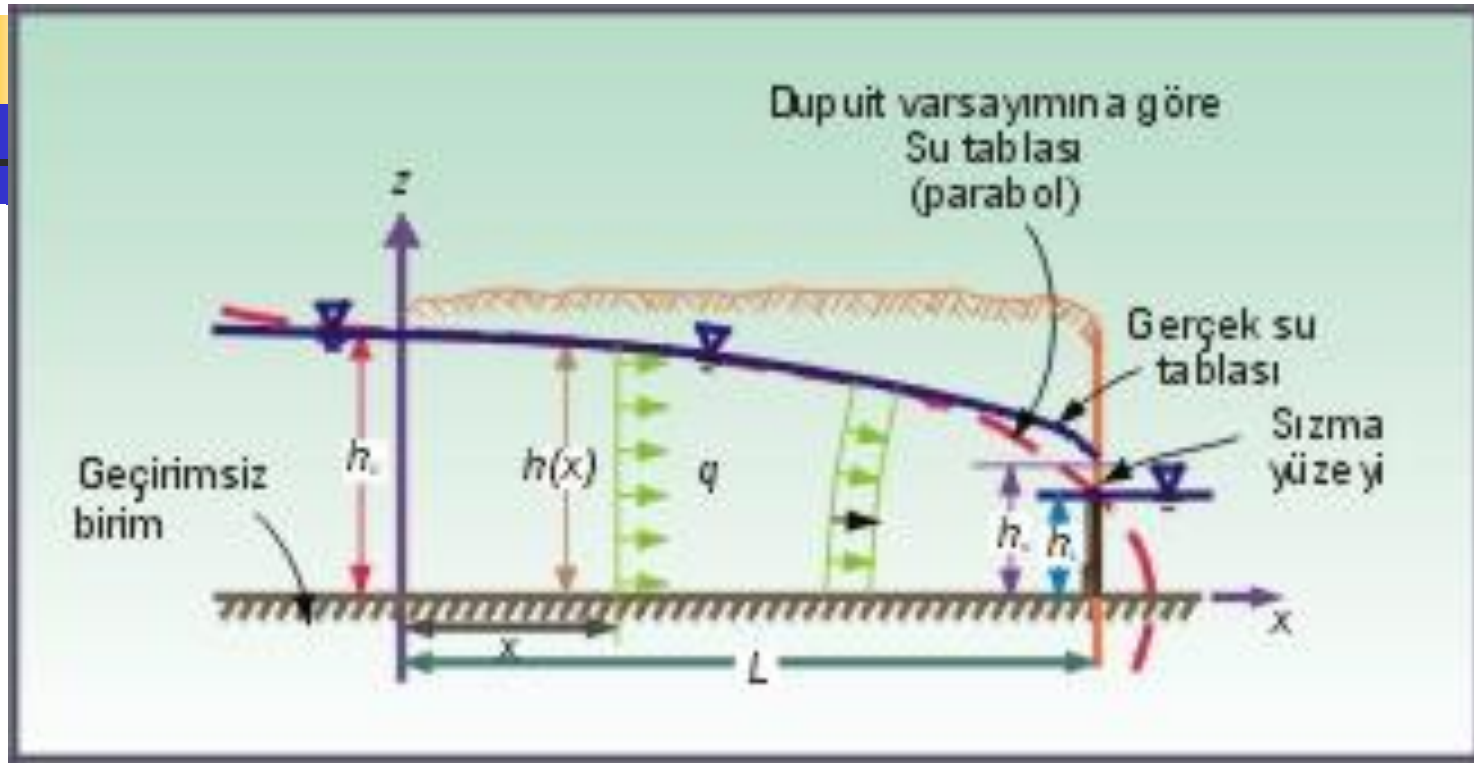
$$(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = (x_1^2 - x_2^2)$$

$$Q = -K \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$$

$$Q = -K \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$$

Dupuit-Forchheimer Akım Eşitliği

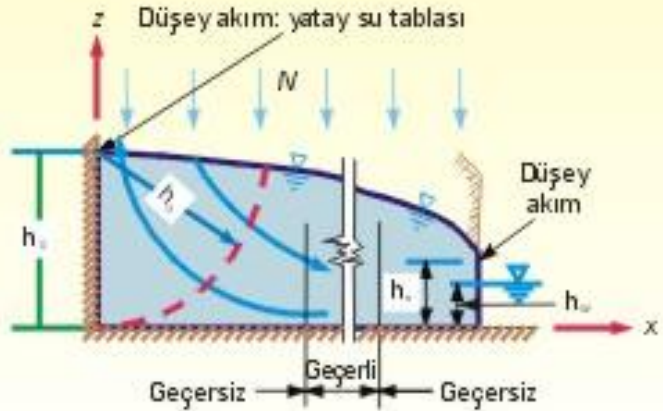
DUPUIT-FORCHHEIMER (1901) AKIM EŞİTLİĞİNİN GEOMETRİK VE FİZİKSEL ANLAMI



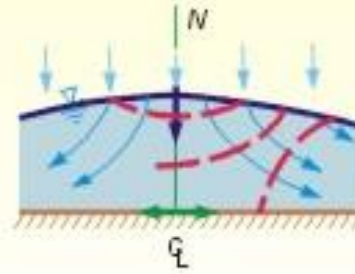
$$Q = -K \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$$

Parabol denklemi!!!

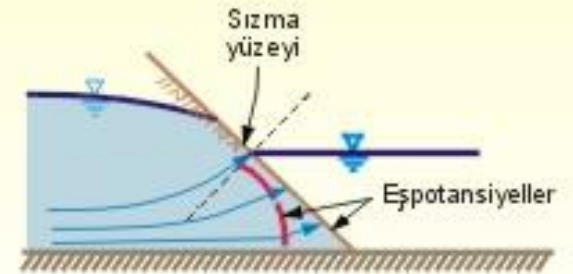
Dupuit Varsayımlarının Geçerliliği



(a)



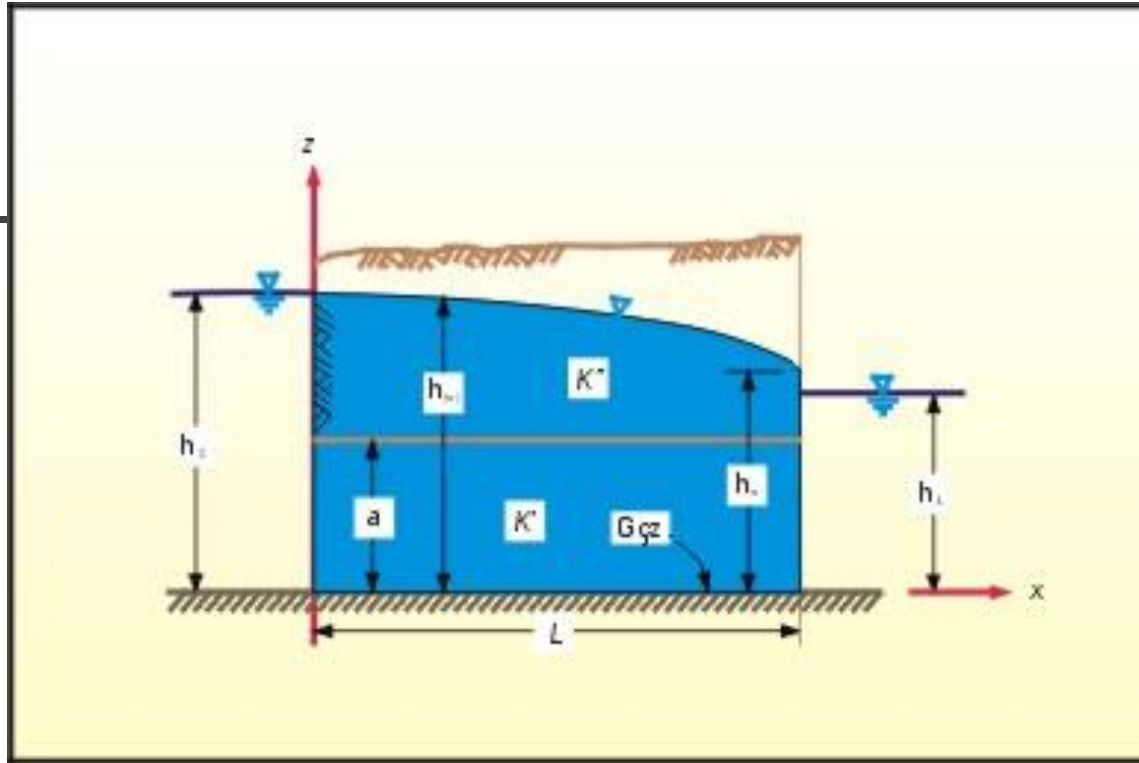
(b)



(c)

$$L \geq 1.5 - 2 h$$

Düşey Yönde Heterojen Bir Akiferde Toplam Akım



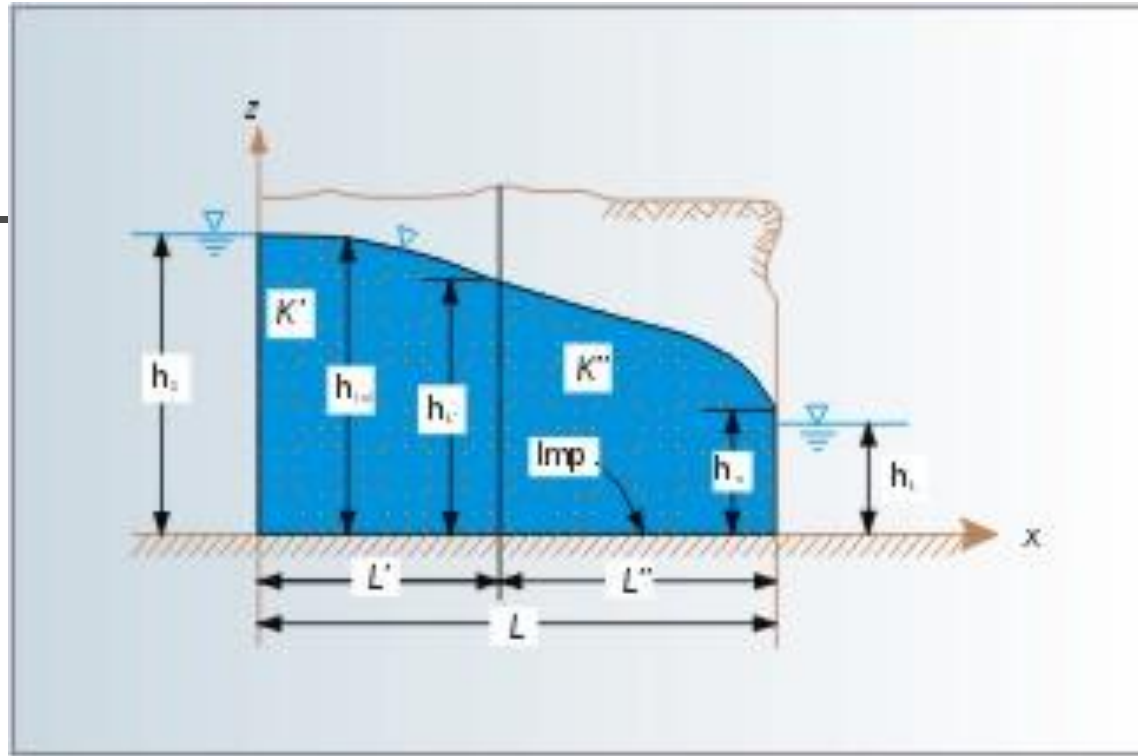
$x=0, h=h_0$ ve $x=L, h=h_L$ arasında integral alınırsa

$$Q' = K'a \frac{h_0 - h_L}{L} + \frac{K''}{2L} \left[(h_0 - a)^2 - (h_L - a)^2 \right]$$

Darcy

Dupuit-Forchheimer

Yanal Yönde Heterojen Bir Akiferde Toplam Akım



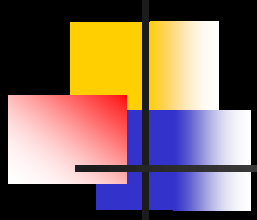
$$h^2 = h_0^2 - \frac{2Q'x}{K'} \quad 0 \leq x \leq L'$$

$$h_{L'}^2 = h_0^2 - \frac{2Q'L'}{K'}$$

$$Q' = \frac{h_0^2 - h_L^2}{2 \left[\frac{L''}{K''} + \frac{L'}{K'} \right]}$$

$$h^2 = h_{L'}^2 - \frac{2Q'(x - L')}{K''} \quad L' \leq x \leq L$$

$$h_L^2 = h_{L'}^2 + \frac{2Q'(L - L')}{K''}$$



Bölüm 7

YERALTISUYU AKIM DENKLEMLERİ (Kararlı Akım Koşulları)

Kütlenin Korunumu Yasası: Süreklilik Eşitliği


$$\text{Giren Kütle} + \text{Depolamadaki değişim} = \text{Çıkan Kütle}$$

Depolamada değişim yoksa süreklilik eşitliği

Giren Kütle = Çıkan Kütle veya **Giren Kütle - Çıkan Kütle = 0** olur (**Kararlı Hal**)

Birim Hacim (Kontrol) Elemanı için

Birim hacim elemanından x yönünde çıkan kütle = giren kütle + bu kütlede kontrol hacmi içinde x yönünde meydana gelen değişim olacaktır.

Depolamadaki değişim = giren kütle - çıkan kütle

0 halde

Depolamadaki değişim = akışkan kütlelerinde kontrol hacmi içinde akım yönünde meydana gelen değişim olur.....

Kütlenin Korunumu Yasası: Süreklilik Eşitliği

Akım Q dik birim kesit alanından birim zamanda geçen akışkan kütlesi $-ak_1-(M/T/L^2)$
akım Q dik birim kesit alanından birim zamanda geçen akışkan hacmi $-h_1z-(L^3/T/L^2)$
ile akışkan yoğunluğunun (M/L^3) çarpımı kadardır:

Birim hacim elemanına x yönünde giren akışkan kütlesi (akı):

$$\rho V_x$$

Birim hacim elemanında x mesafesi boyunca giren akışkan kütlesindeki değişim :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x)$$

Birim hacim elemanından x yönünde çıkan akışkan kütlesi :

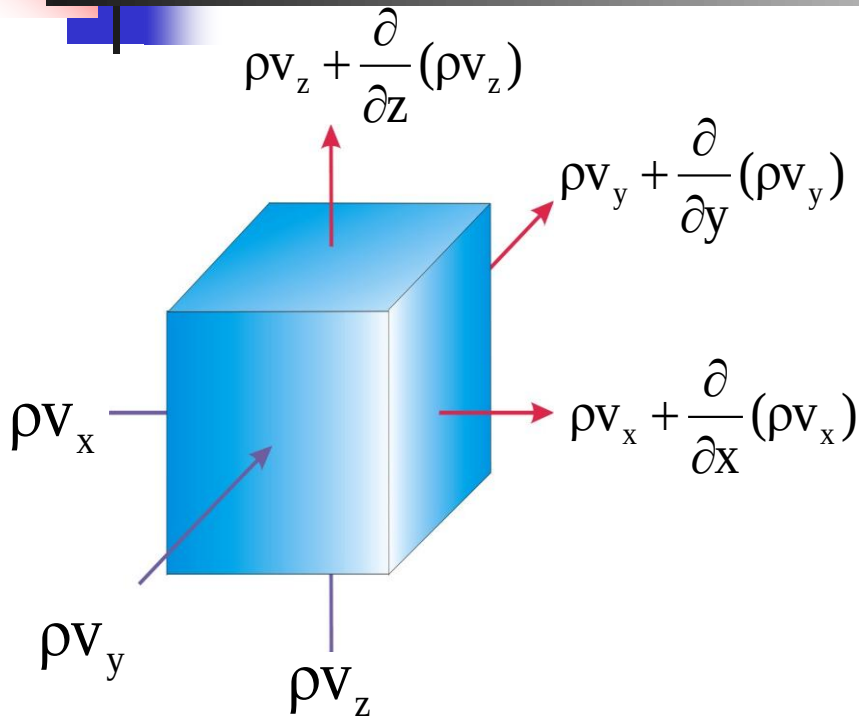
$$\rho V_x + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x)$$

Birim hacim elemanı depolamasındaki değişim

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x)$$

Kütlenin Korunumu Yasası: Süreklilik Eşitliği

Çıkan Kütle - Giren Kütle = Depolamadaki değişim



Giren Kütle Toplamı

$$\rho v_x + \rho v_y + \rho v_z$$

Çıkan Kütle Toplamı

$$\rho v_x + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \rho v_y \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \rho v_z \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z)$$

Depolamadaki değişim

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0$$

LAPLACE DENKLEMİ

Akım hızı (v) = Darcy Hızı (q) $\longrightarrow$ Akışkan akısı = ρq

Giren Kütle - Çıkan Kütle = Depolamadaki değişim

Depolamadaki değişim :
$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho q_z) \right]$$

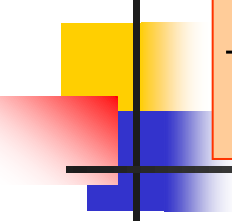
Giren kütle-Çıkan kütle=0 $\rightarrow$ Kararlı akım (LAPLACE Denklemi)

Sıkışmayan Akışkan (ρ =Sabit) $\rightarrow dp/dx=0$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right] = 0$$

$$q_i = -K_i \frac{\partial h}{\partial i} \quad (i = x, y, z)$$

yerine konursa


$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Heterojen ve Anizotrop $\{K_x(x,y,z) \neq K_y(x,y,z) \neq K_z(x,y,z)\}$
Bir Ortamda Kararlı Akım Koşullarında **YERALTISUYU**
AKIM DENKLEMİ *(Laplace Denklemi) Adını Alır.*

Heterojen ve izotrop ortamlar ($K=K(x,y,z)$) için denklem

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Homojen ve İzotrop ($K_x=K_y=K_z=K=\text{sabit}$) Ortamlarda Laplace Denklemi

$$K \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right) = 0$$

veya

$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$



$$\nabla^2 h = 0$$

Laplace Denklemi

Uniform kalınlığa sahip, heterojen ve anizotrop ($T_x(x,y) \neq T_y(x,y)$) basınçlı bir akiferde b =sabit ve $T=K.b$ olduğuna göre kısmi diferansiyel denklem

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0$$

olacaktır.

Not: q_z 'nin denklemde yer almadığına dikkat ediniz.

Heterojen ve izotrop ($T=T(x,y)$) basınçlı akifer için

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0$$

Homojen ve izotrop (T =sabit) basınçlı akifer için

$$T \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \right) = 0$$

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$T \nabla^2 h = 0$$

Serbest Akiferlerde Yeraltısuyu Akım Denklemi

Serbest Akiferlerde Akiferin Birim Genişliğindeki Akım Alanı, Doygun Kalınlığa ($h=h(x,y,z)$) Bağlı Olduğundan Genel Akım Denklemi

$$q_i = -K_i h \frac{\partial h}{\partial i} \quad (i= x,y,z) \text{ olmak üzere} \quad -\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z h \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{haline gelir}$$

Heterojen ve izotrop ($K=K(x,y,z)$) serbest akifer için

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(Kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(Kh \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Homojen ve izotrop ($K=\text{sabit}$) serbest akifer için

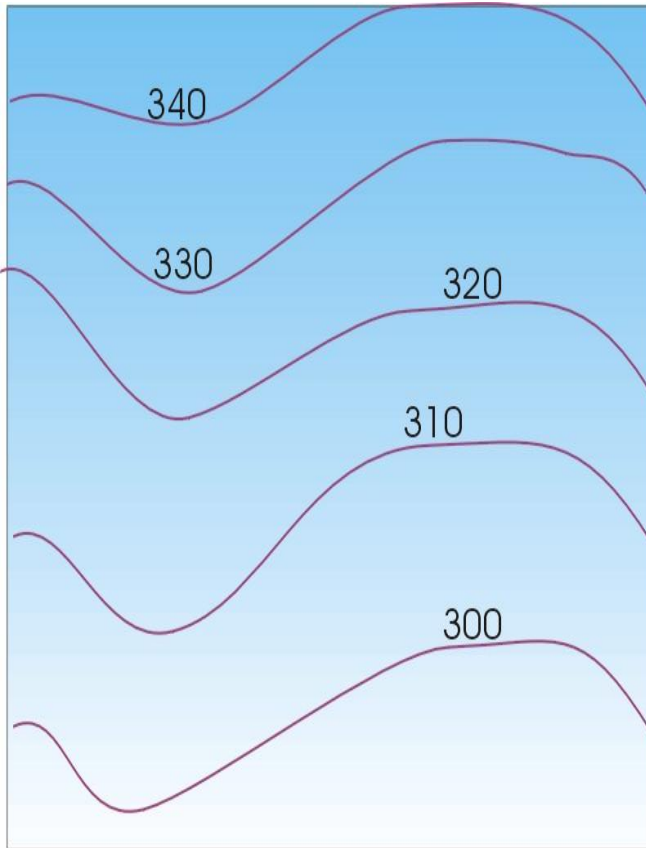
$$K \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right) = 0$$

$$Kh \nabla^2 h = 0$$

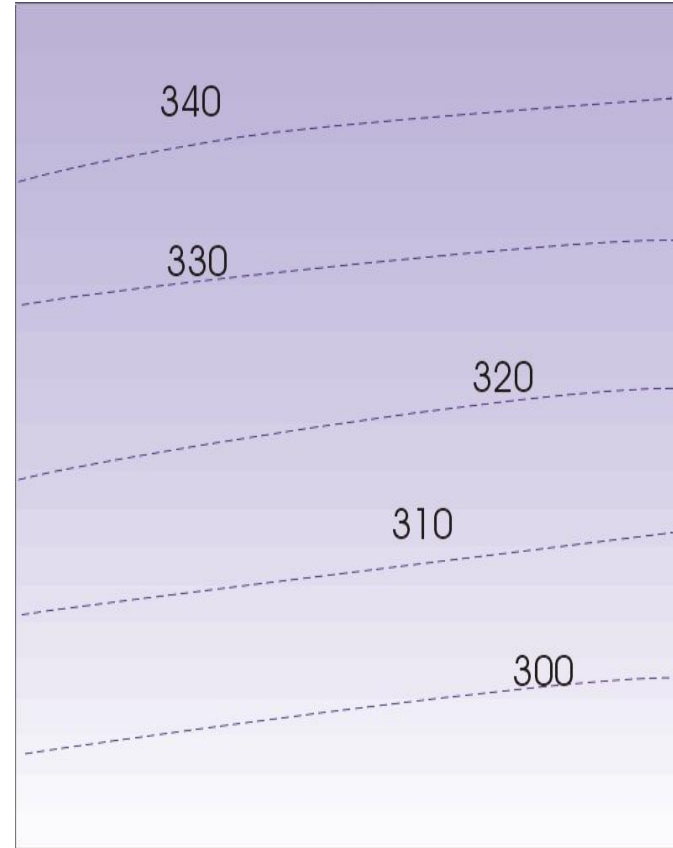
Laplace Denkleminin Çözümü:

Sınır koşulları belirlenmiş bir alandaki hidrolik yükün belirli bir t anında, x,y,z koordinatlarındaki $h(x,y,z)$ değerini; Bir başka deyişle **potansiyometrik düzey haritasını** verir.

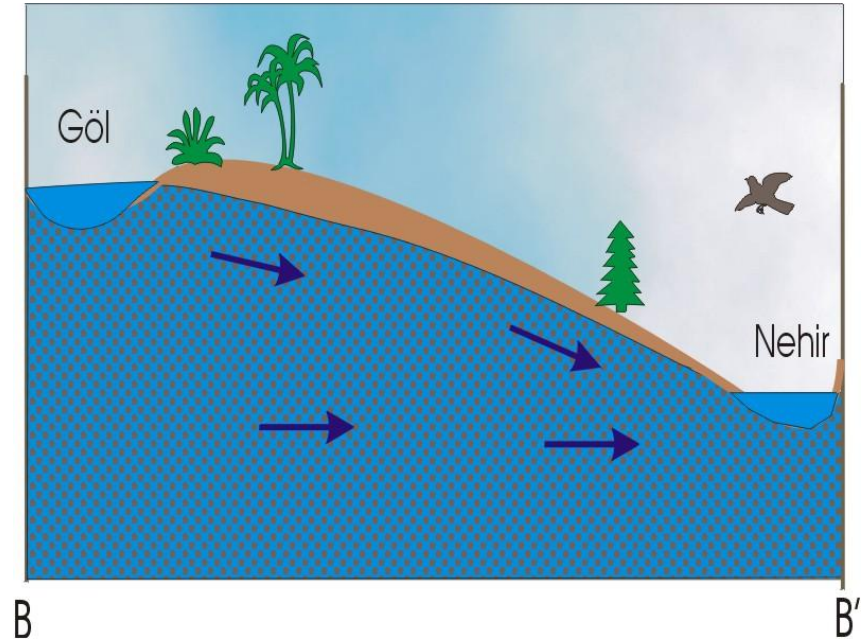
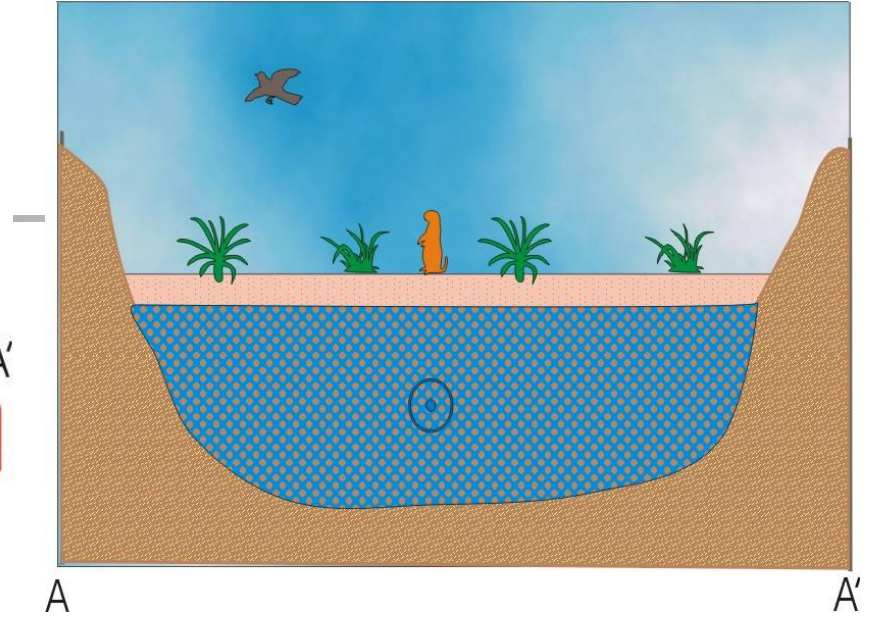
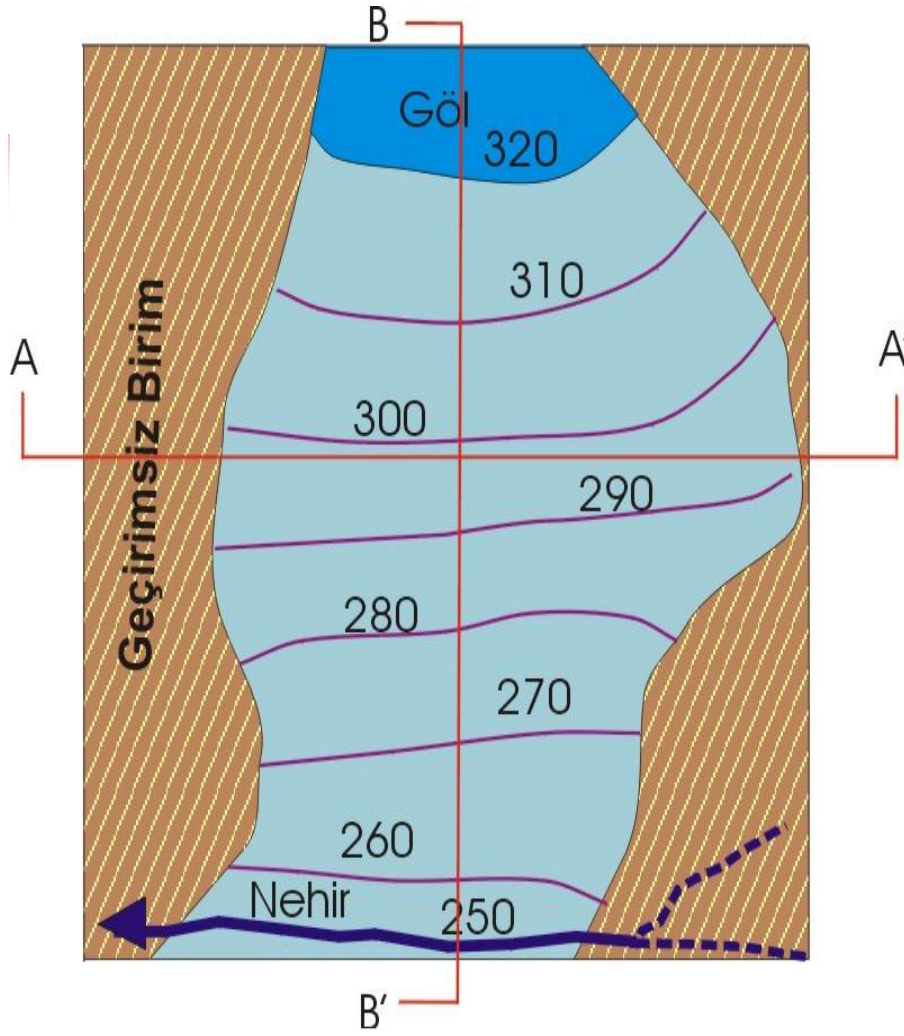
Su tablası haritası

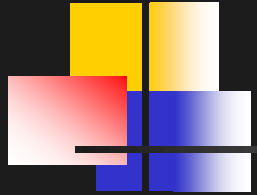


Piyezometrik düzey haritası



Laplace Denkleminin Çözümü: Sınır Koşulları





Bölüm 7

YERALTISUYU AKIM DENKLEMLERİ (Kararsız Akım Koşulları)

Kütlenin Korunumu Yasası: Süreklilik Eşitliği

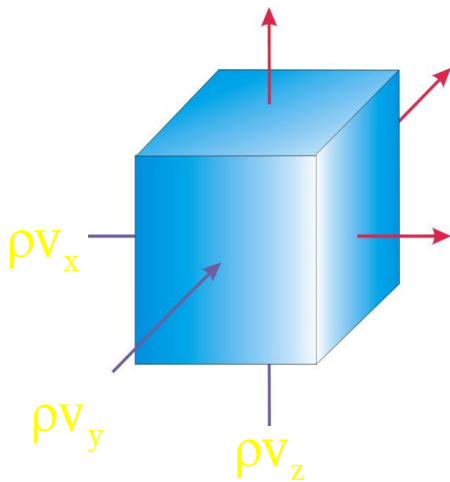
Giren Kütle - Çıkan Kütle = Depolamadaki değişim

Birim Hacim (Kontrol) Elemanı için

Depolamadaki değişim= giren kütle - çıkan kütle 0 halde

Depolamadaki değişim= akışkan kütlelerinde kontrol hacmi içinde
akım yönünde meydana gelen değişim olur.....

akışkan kütlelerinde kontrol hacmi içinde akım yönünde meydana gelen değişim



$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right]$$

$$q_i = -K_i \frac{\partial h}{\partial i}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = ?$$

?= Depolamadaki değişim= birim zamanda kontrol hacminde meydana gelen değişim

DEPOLAMADAKİ DEĞİŞİM

Özgül Depolama, S_s (m^{-1}): Birim hidrolik yük düşüşüne (m) karşılık akiferin doygun birim hacminden (m^3) alınabilen su hacmidir (m^3).

Akiferin toplam hacminden alınan su miktarı **Depolama Katsayısı** ile belirlenir.

Depolama Katsayısı: Birim kesit alanından (m^2) birim hidrolik yük düşümüne (m) karşılık akifer depolamasından alınabilen su hacmi (m^3)

Birim Hacimde Birim Zamanda Değişim $\frac{\Delta V}{\Delta t} = S_s \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial t} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$

Birim Zamandaki Değişim $\frac{\Delta V}{\Delta t} = S_s b \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial t} = S \frac{\partial h}{\partial t}$

YERALTISUYU AKIM DENKLEMİ (Kararsız Akım Koşulları)

Kontrol Hacminde Birim Kesit Alanında Birim Zamanda
Potansiyometrede (Su tablası/Piyezometre) Meydana
Gelen Düşümdeki Değişime Karşılık Gelen Hacim Değişimi

$$\frac{\partial V}{\partial t} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

Bu Durumda Süreklilik Denklemi

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

olur.

Bu Denklem

**Heterojen ve Anizotrop $\{K_x(x,y,z) \neq K_y(x,y,z) \neq K_z(x,y,z)\}$
Bir Ortamda Kararsız Akım Koşullarında
YERALTISUYU AKIM DENKLEMİ'dir.**

Heterojen ve izotrop ortamlar ($K=K(x,y,z)$) için denklem

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{ve}$$

Homojen ve izotrop ortamlar ($K=K(x,y,z)$)

$$K \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad K \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

veya

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Denklemin bu şekli
DİFÜZYON DENKLEMİ
olarak da adlandırılır

Uniform kalınlığa sahip, heterojen ve anizotrop ($T_x(x,y) \neq T_y(x,y)$) basınçlı bir akiferde akifer kalınlığı boyunca akım; b =sabit ve $S=Ss.b$ ve $T=K.b$ olduğuna göre kısmi diferansiyel denklem

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

Heterojen ve izotrop ($T=T(x,y)$) basınçlı akifer için

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

Homojen ve izotrop (T =sabit) basınçlı akifer için

$$T \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

$h=h(x,y,t)$ 'nin çözümü akiferin hidrolik karakteristikleri S ve T 'nin bilinmesini gerektirir.

Serbest Akiferlerde Kararsız Koşullarda Yeraltısuyu Akım Denklemi

Serbest Akiferlerde Kararsız Koşullarda Genel Akım Denklemi,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z h \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

Depolama Katsayısı, S =Özgül Verim, S_y olduğundan

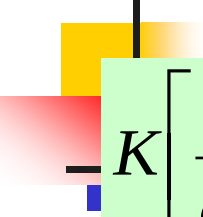
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z h \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_y \frac{\partial h}{\partial t}$$

yazılabilir.

Heterojen ve izotrop ($K=K(x,y,z)$) serbest akifer için

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(K h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K h \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

Homojen ve izotrop (K=sabit) yatay serbest akifer için


$$K \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

buradan da

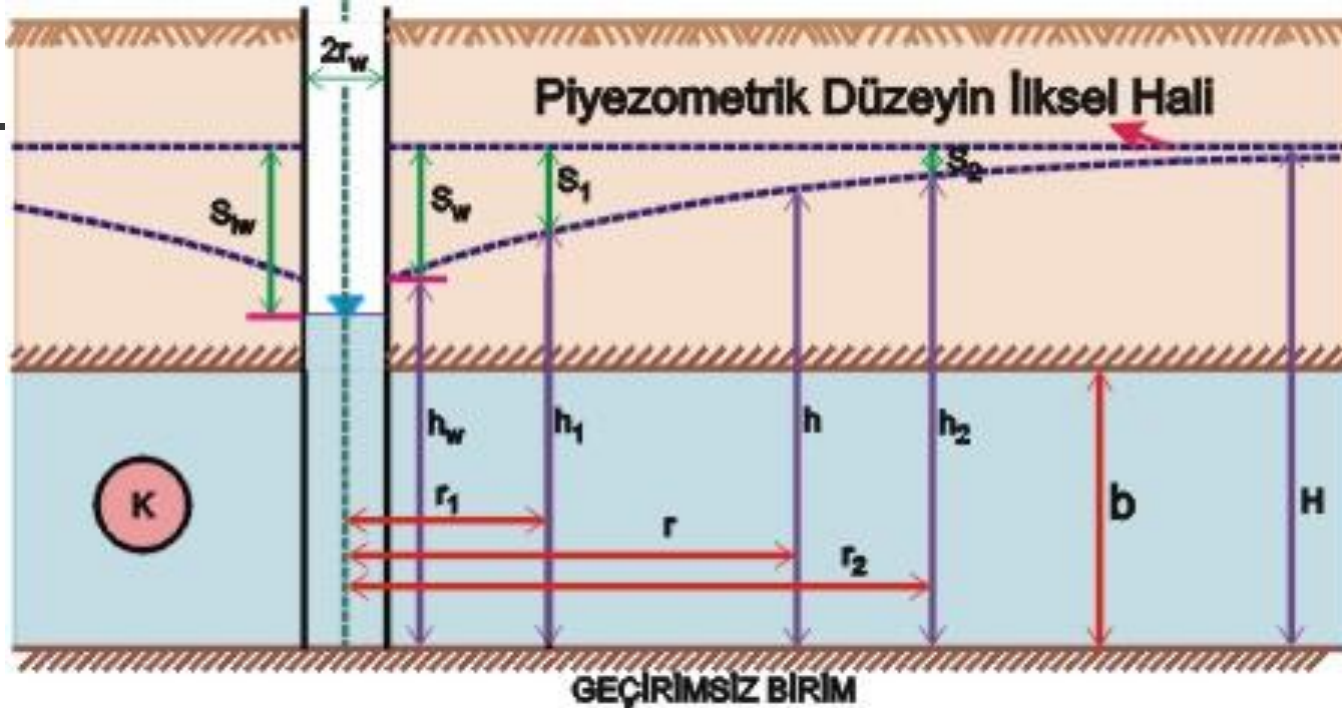
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{S}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Bu denklem BOUSSINESQ DENKLEMİ olarak da adlandırılır.

KUTUPSAL KOORDİNATLARDA YERALTISUYU AKIM DENKLEMİ

KARARLI AKIM KOŞULLARI (THIEM (1906) EŞİTLİKLERİ)

BASINÇLI AKİFERLER



$$Q = KA\dot{I}$$

$$A = 2\pi rb$$

$$Q = K2\pi b \frac{dh}{dr}$$

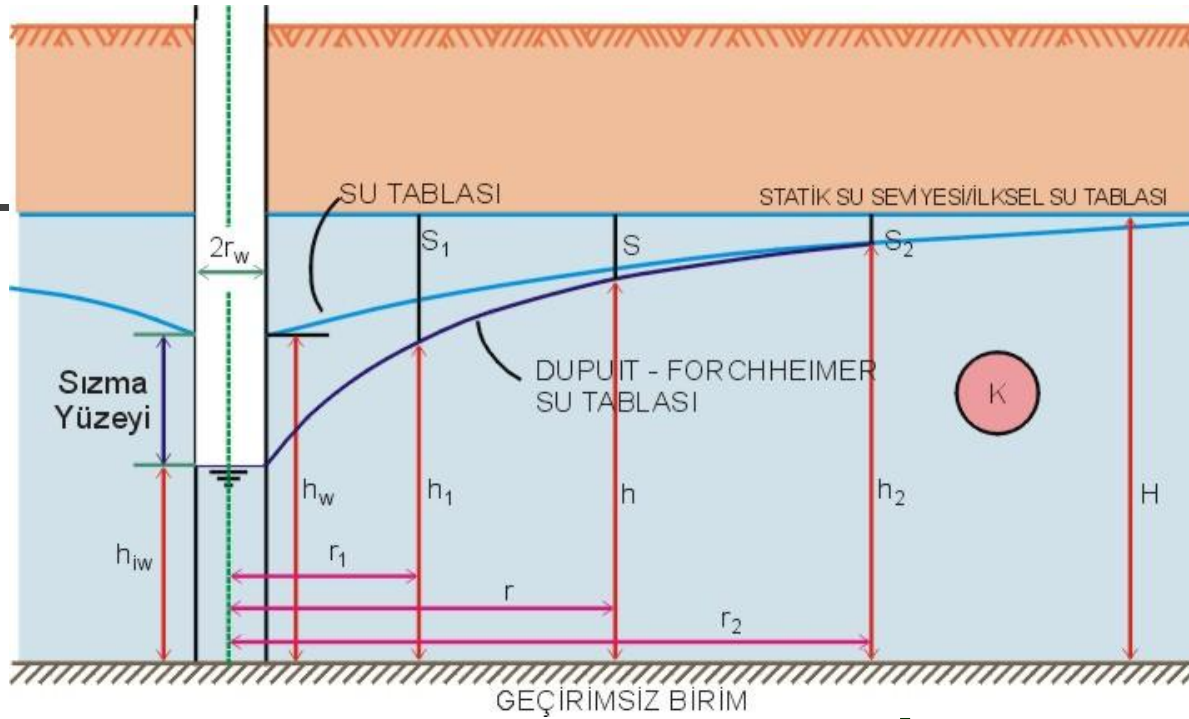
$$Q \frac{dr}{r} = 2\pi K dh$$

$$Q = \frac{2\pi Kb(h_2 - h_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$Q = \frac{2\pi T(h_2 - h_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Basınçlı akiferler için
THIEM EŞİTLİĞİ

SERBEST AKİFERLERDE KARARLI AKIM KOŞULLARI



$$A = 2\pi rh$$

$$Q = K 2\pi r h \frac{dh}{dr}$$

$$Q \frac{dr}{r} = 2\pi h dh$$

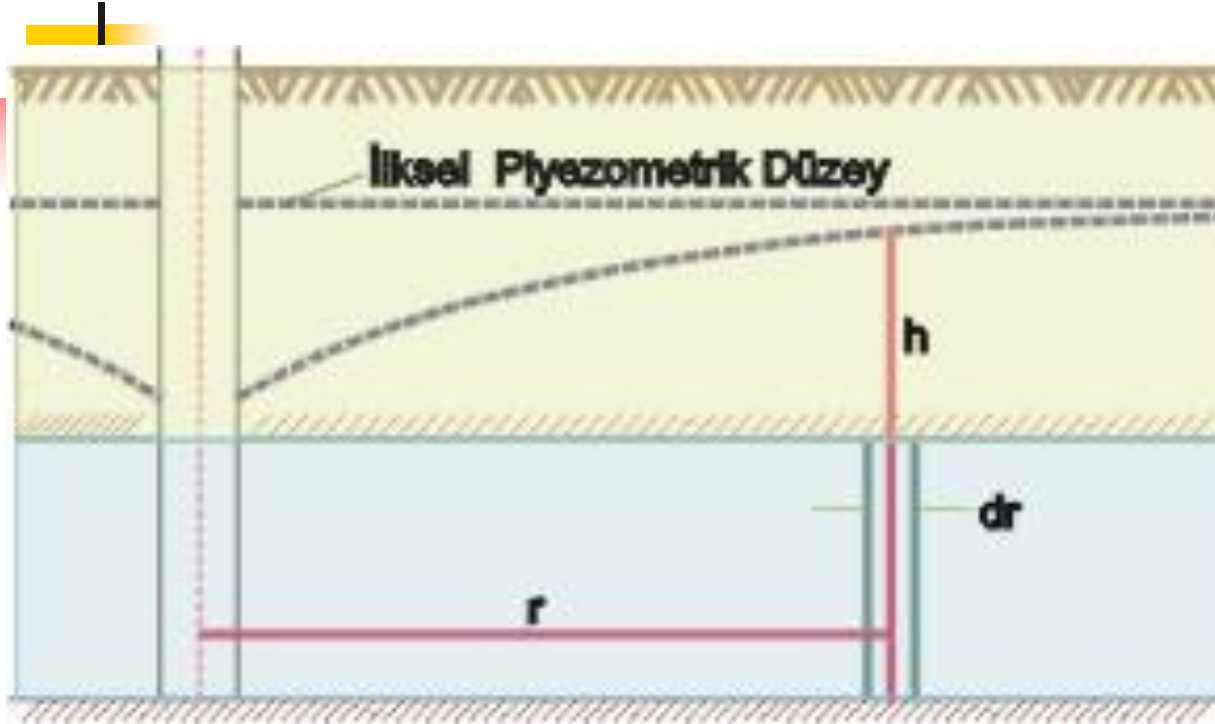
$$Q \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = 2\pi K \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2}$$

$$Q = \frac{\pi K (h_2^2 - h_1^2)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

Serbest akiferler için
THIEM EŞİTLİĞİ

KUTUPSAL KOORDİNATLARDA YERALTISUYU AKIM DENKLEMİ

KARARSIZ AKIM KOŞULLARI



$$\frac{\partial V}{\partial t} = -SA \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$A = 2\pi r dr$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial t} S 2\pi r dr$$

dr kalınlığındaki halkada özgül debide meydana gelen değişim $-\frac{\partial q}{\partial r} dr$ kadardır.
(-, özgül debi r küçüldükçe büyüdüğünü gösterir.) **Bu durumda**

$$\frac{\partial q}{\partial r} dr = \frac{\partial h}{\partial t} S 2\pi r dr$$

ve

$$q = 2\pi r T \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{ise}$$

Özgül debi, q 'nın r boyunca değişimi için δr diferansiyeli alınırsa


$$\frac{\partial q}{\partial r} = 2\pi T \frac{r \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)}{\partial r} \quad \frac{\partial q}{\partial r} = 2\pi T \left(\frac{\partial h}{\partial r} + r \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right)$$

Dolayısıyla,

$$\frac{\partial q}{\partial r} dr = \frac{\partial h}{\partial t} S 2\pi r dr \text{ dan}$$

$$2\pi S r \frac{\partial h}{\partial t} = 2\pi T \left(\frac{\partial h}{\partial r} + r \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) \quad \text{basitleştirilirse}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Yeraltısuyuna İlişkin Sorunlar

Su Miktarı İle İlgili Sorunlar

Su ihtiyacını karşılamak üzere yeraltısuyu sisteminde açılacak kuyu sayısı, kuyu yerleri ve pompalama debileri ????

Su Kalitesi İle İlgili Sorunlar

Kimyasal atıkların yeraltısuyu sistemine sızdığı bir durum için; temizleme amacıyla önlem alınmalı mı, Ne tür bir önlem alınmalı, kirletici sistemin neresinde ne oranda (derişimde) bulunmaktadır ????

Hidrojeoloji Mühendisi

Su Kaynakları Yönetimi

Yönetim: Amaçlara teknik ve teknik olmayan koşulları/kısıtları da dikkate alarak ulaşılacak üzere su kaynakları sisteminin Planlanması ve işletilmesi

İstenen kalitede, istenen miktarda yeraltısuyu ne zaman nereden nasıl alınmalı ??

Herhangi bir anda , yeraltısuyu sisteminin herhangi bir noktasında doğal/yapay herhangi bir etkiye karşı, sistemin hangi noktasında ne zaman nasıl bir tepki gözlenecektir ????

ARANAN!!!


$$h(x,y,z,t)=?$$

Yeraltısuyu Akımının Matematiksel Modeli
(Simulasyon-Benzeşim)

Yeraltısuyu Akım Denklemleri (Kısmi Diferansiyel Denklemler)

Çözüm

Genel

(Belirsiz integral)

Sonsuz çözüm.....

Özel

(Başlangıç-Sınır Koşulları)

Yeraltısuyu Akım Denklemleri (Akımın Matematiksel Modeli)

Kararlı Akım Koşulları
(Dengeli Hal)

Kararsız Akım Koşulları
(Dengesiz Hal)

Serbest Akifer

Basıncı Akifer

Serbest Akifer

Basıncı Akifer

Kartezyen Koordinatlar

$$\nabla^2 h = 0$$

$$Kh \nabla^2 h = 0$$

$$T \nabla^2 h = 0$$

Kartezyen Koordinatlar

$$\nabla^2 h = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$h \nabla^2 h = \frac{S}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Kutupsal Koordinatlar

$$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

ÇÖZÜM!!!

Kısmi diferansiyel denklemlerin çözülebilmesi için,
denklemlerde bulunmayan ek bilgilerin sağlanması gerekmektedir

- 1- akım alanının geometrisi → akım alanının sınırları
- 2- denklemlerde yer alan fiziksel katsayıların değerleri
- 3- tanımlanan akım alanı içinde akışkanın ilksel durumu (başlangıç koşulu)
- 4- akım alanının sınırlarında akım koşulları
(akım alanının çevresi ile hidrolik ilişkisi/sınır koşulları)

Başlangıç koşulları: $t=0$ anında $x,y,z=0$ 'da ve $x=X, y=Y, z=Z$ 'de $h=?$
 $h=f(x,y,z,0)$

Sınır koşulları:

- 1- Sınırlarda **Yükün Bilindiği Durum: Dirichleht** Sınır Koşulu

$h=f_1(x,y,z)$ veya $h=f_2(x,y,z,t)$ f_1, f_2 bilinen (tanımlı) fonksiyonlar
 $h=h_0$ durumu ($h_0=\text{sabit}$) → **sabit yük sınırı**

- 2- Sınırlarda **Akımın Bilindiği Durum: Neumann** Sınır Koşulu

$q_n=f(x,y,z,t)$, q_n =akımın sınıra dik (normal) bileşeni
 $q_n=0$ durumu → **geçirimsiz sınır**

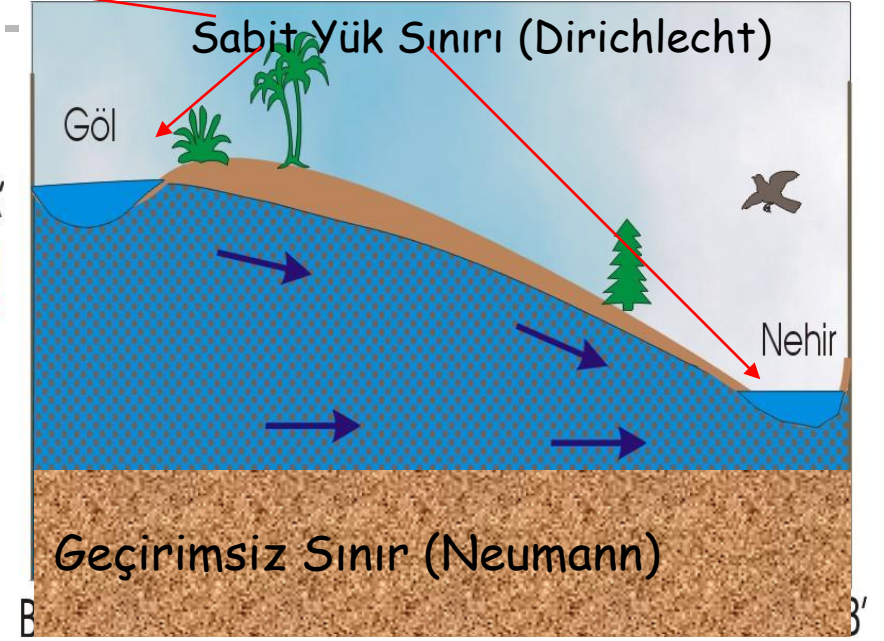
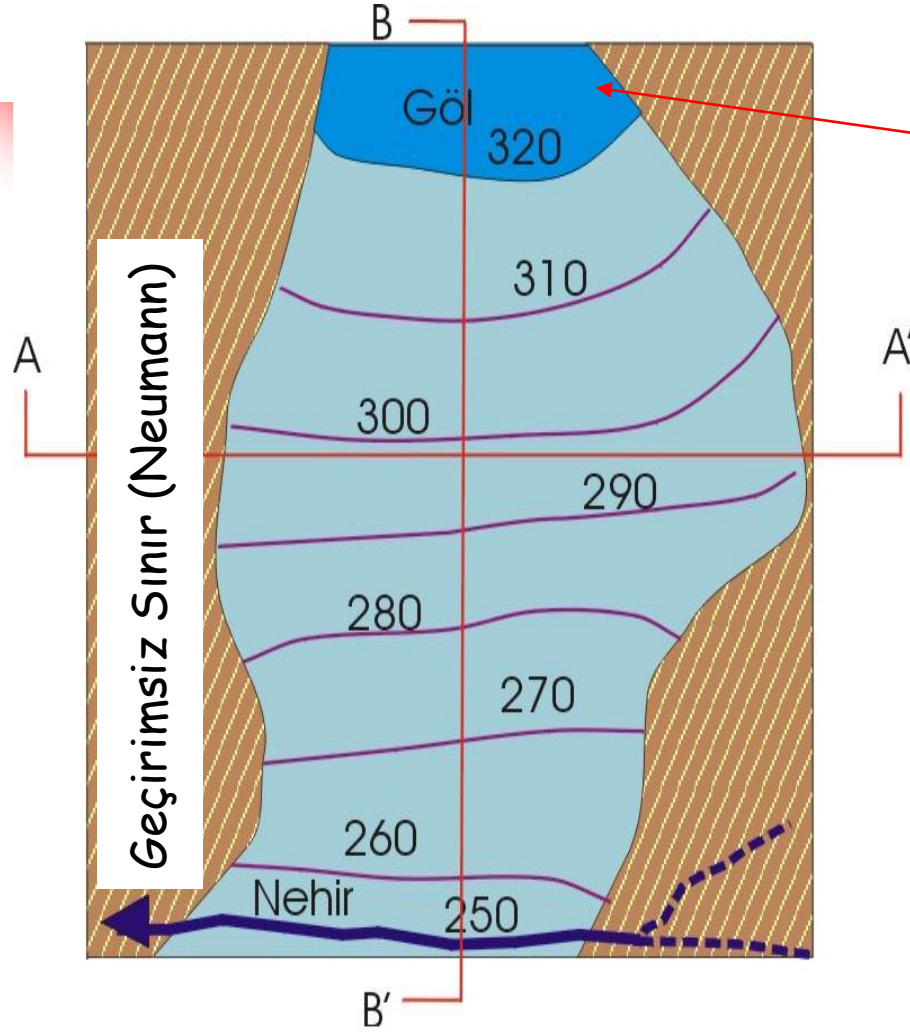
- 3- Başka bir akım alanına ince **yarı geçirimli** birimle sınırlı olma durumu

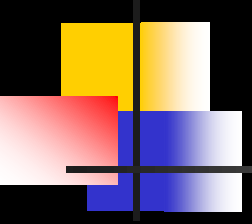
Karışık Sınır Koşulu: Cauchy Sınır Koşulu

$$q_n = K' \frac{h_0 - h}{b'}$$

K' ve b' yarı geçirimli birimin hidrolik iletkenliği ve kalınlığı

Sınır Koşulları





ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

ANALİTİK

Belirli geometri
Belirli sınır koşulu

FİZİKSEL MODEL ANALOG

Prototipi benzeştiren modeller
Kum-tankı
Hele-Shaw
Elektrik Analoglar
İyon Hareketi Analogları
Membran Analog

NÜMERİK (SAYISAL) -Sonlu Farklar Yöntemi-

Değişken geometri
Değişken sınır koşulları

ANALİTİK ÇÖZÜM

Kararsız Akım Denklemi /THEIS (1935) EĞİTLİĞİ

Başlangıç Koşulu

$$h(r,0) = h_0$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

Sınır Koşulu

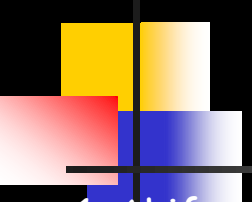
$$h(\infty, t) = h_0$$

$$h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

$$W(u) = \int_u^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \left[-0.577216 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \dots \right]$$
$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.577216 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \dots \right]$$

$$h_0 - h = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$



THEIS (1935) ÇÖZÜMÜNÜN VARSAYIMLARI

- 1-Akifer basınçlı, homojen, izotrop, uniform kalınlığa sahip ve sonsuz yayılımlıdır.
- 2-Pompajdan önce piyezometrik düzey yataydır.
- 3-Kuyudan su sabit debiyle çekilmektedir.
- 4-Kuyu akiferi kalınlığı boyunca tam kesmektedir ve kuyuya doğru akım akiferin her yerinde yataydır
- 5-Kuyu çapı, kuyuda depolamanın ihmal edilecek düzeyde olmasını sağlayacak oranda küçüktür.
- 6-Kuyuden çekilen su, akiferde hidrolik yükteki düşümü sonucunda gecikmesiz olarak gelmektedir.

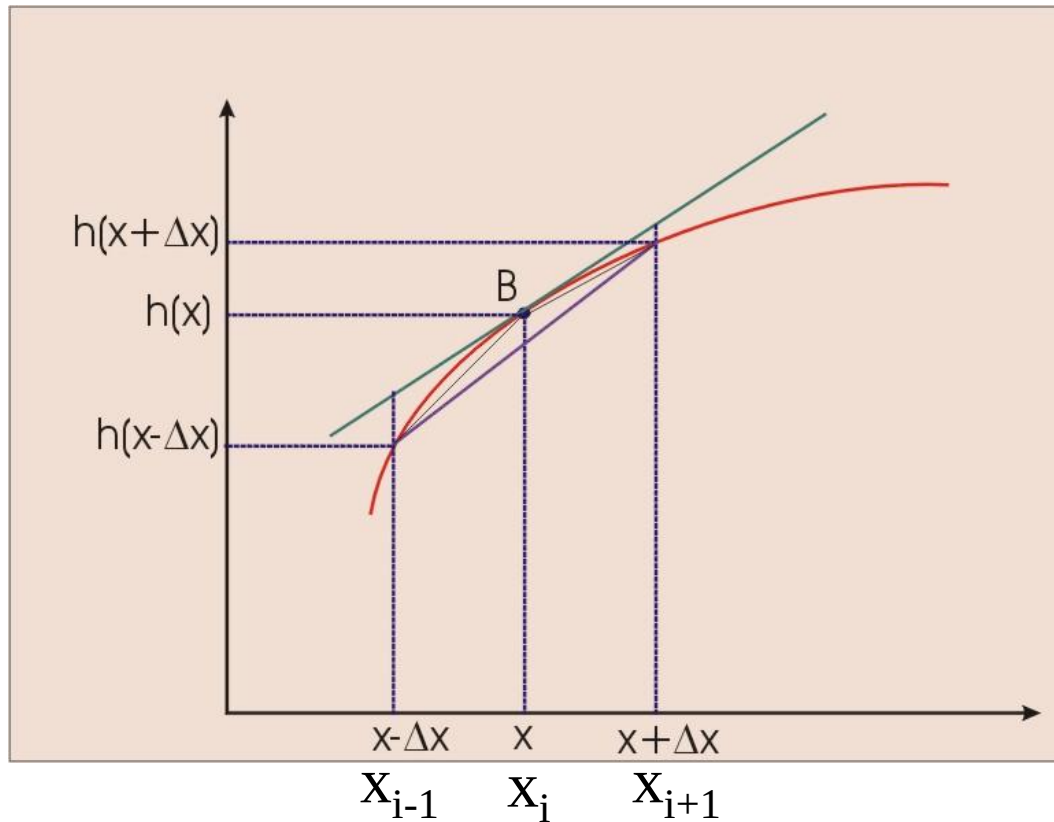
NÜMERİK ÇÖZÜM

Sonlu Farklar Yöntemi ile İki Boyutlu Kararlı Akım

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

İleri Farklar $X = X + \Delta X$

Geri Farklar $X = X - \Delta X$

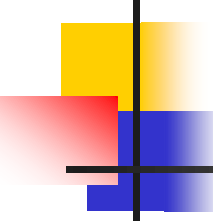


Taylor Serisi

$$f'(a) \equiv \left. \frac{df(x)}{da} \right|_x = a$$

$$f''(a), f'''(a), f^{(4)}(a)$$

$$f(x) = f(a) + f'(a) \frac{(x-a)^1}{1!} + f''(a) \frac{(x-a)^2}{2!} + f'''(a) \frac{(x-a)^3}{3!} + \dots$$
$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$

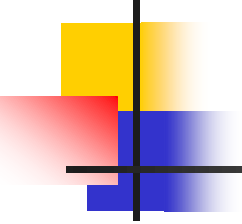

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{h(x + \Delta x, z) - h(x, z)}{\Delta x}$$

İleri Farklar

$$\frac{\partial h}{\partial x}(x_0, z_0) = \frac{h(x_0 + \Delta x, z_0) - h(x_0, z_0)}{\Delta x}$$

Geri Farklar

$$\frac{\partial h}{\partial x}(x_0, z_0) = \frac{h(x_0, z_0) - h(x_0 - \Delta x, z_0)}{\Delta x}$$



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x_0, z_0) = \frac{\frac{\partial h}{\partial x}(x_0 + \Delta x, z_0) - \frac{\partial h}{\partial x}(x_0, z_0)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x_0, z_0) = \frac{h(x_0 + \Delta x, z_0) - 2h(x_0, z_0) + h(x_0 - \Delta x, z_0)}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}(x_0, z_0) = \frac{h(x_0, z_0 + \Delta z) - 2h(x_0, z_0) + h(x_0, z_0 - \Delta z)}{(\Delta z)^2}$$

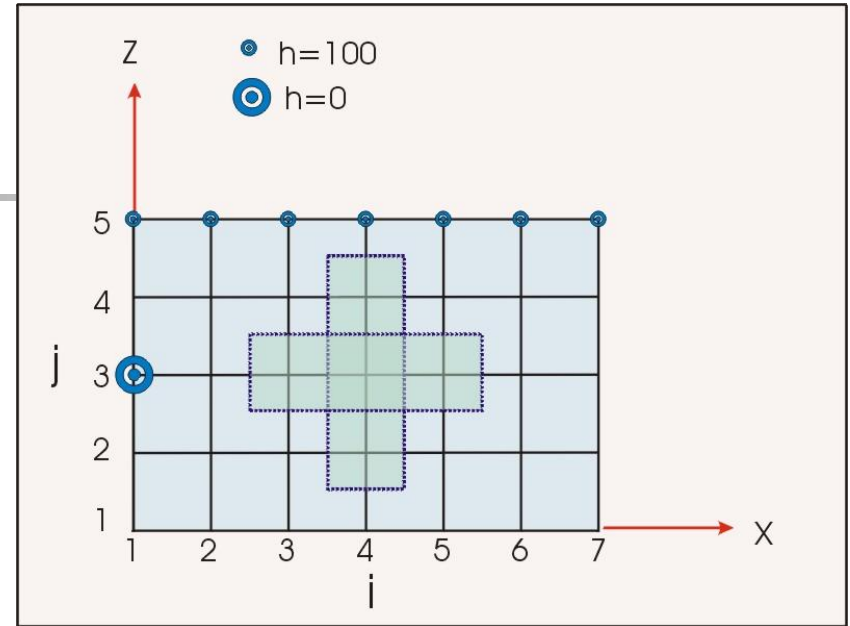
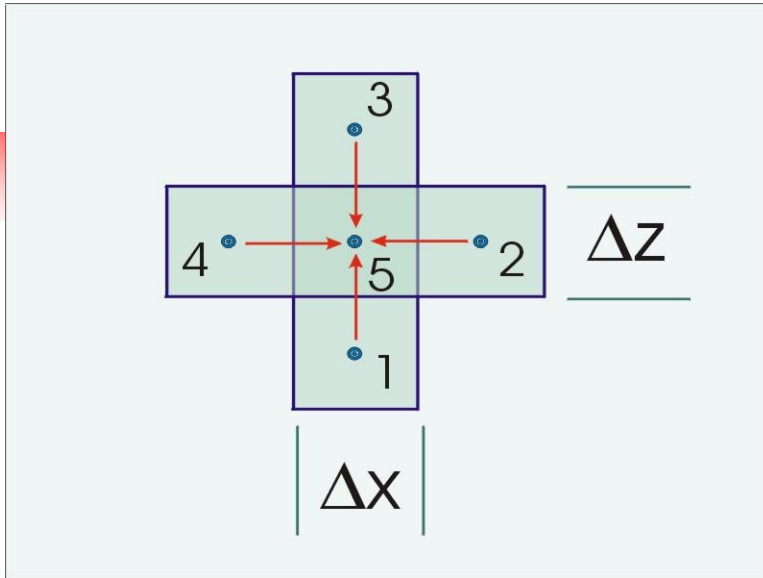
$$\Delta x = \Delta z \quad \text{ise}$$

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} [h(x_0 + \Delta x, z_0) + h(x_0 - \Delta x, z_0) + h(x_0, z_0 + \Delta z) + h(x_0, z_0 - \Delta z) - 4h(x_0, z_0)] = 0$$

$$h_{ij} = \frac{1}{4} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} - h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

Örnek

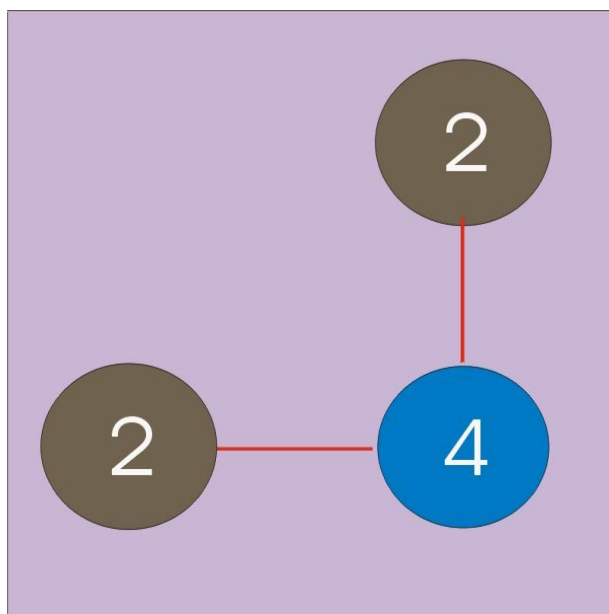
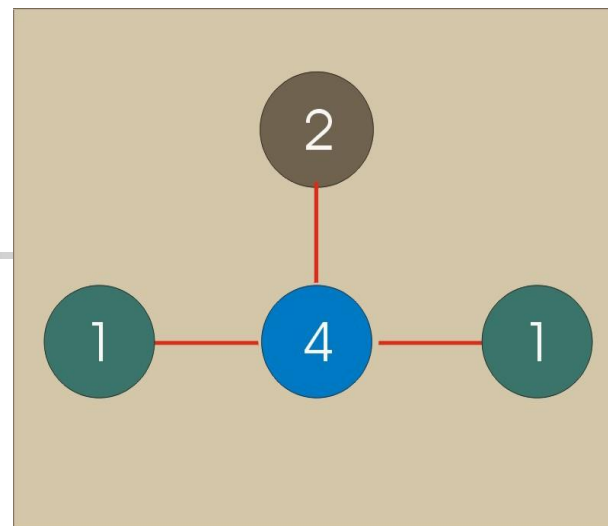
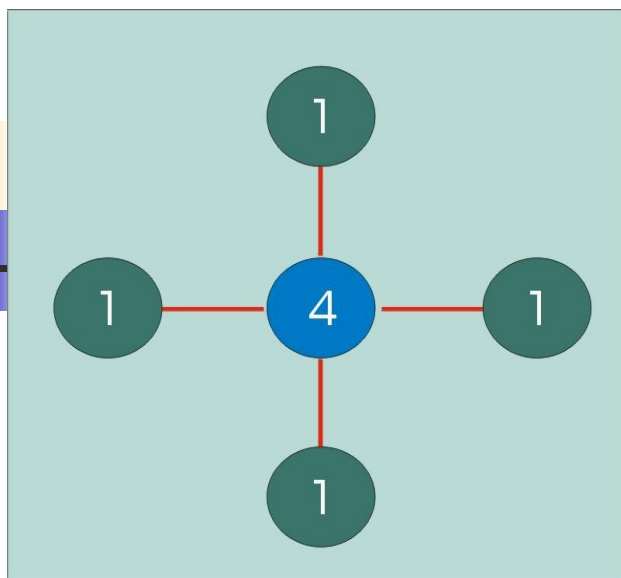
Akım Alanı Üzerinde Grid Ağı



$$Q_{15} = K_{15} \frac{h_1 - h_5}{\Delta z} \Delta x$$

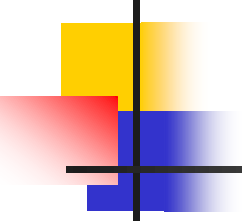
$$h_5 = \frac{1}{4} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)$$

$$h_{ij} = \frac{1}{4} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} - h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$



$$h_{ij} = \frac{1}{4} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + 2h_{i,j+1})$$

$$h_{ij} = \frac{1}{4} (2h_{i-1,j} + 2h_{i,j+1})$$



ÇÖZÜM TEKNİKLERİ

- Gauss Eliminasyon Tekniği
- Jacobi İterasyon Tekniği
- Gauss-Siedel İterasyon Tekniği
- SOR (Successive Over Relaxation) Tekniği
- ADI (Alternating Direction Implicit) Tekniği
- vbg....

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_{i+1,j} - 2h_{i,j} + h_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{h_{i,j+1} - 2h_{i,j} + h_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} = 0$$

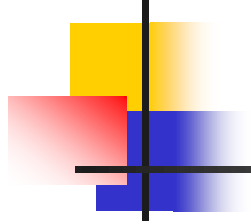
$$h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1} - 4h_{i,j} = 0$$

Satır/Süt un	C	D	E	F
4	8.55	8.75	9.05	9.25
5	7.75	?	?	9.01
6	7.33	?	?	8.44
7	7.01	7.54	8.05	8.21

$$h_{i,j} = (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) / 4$$

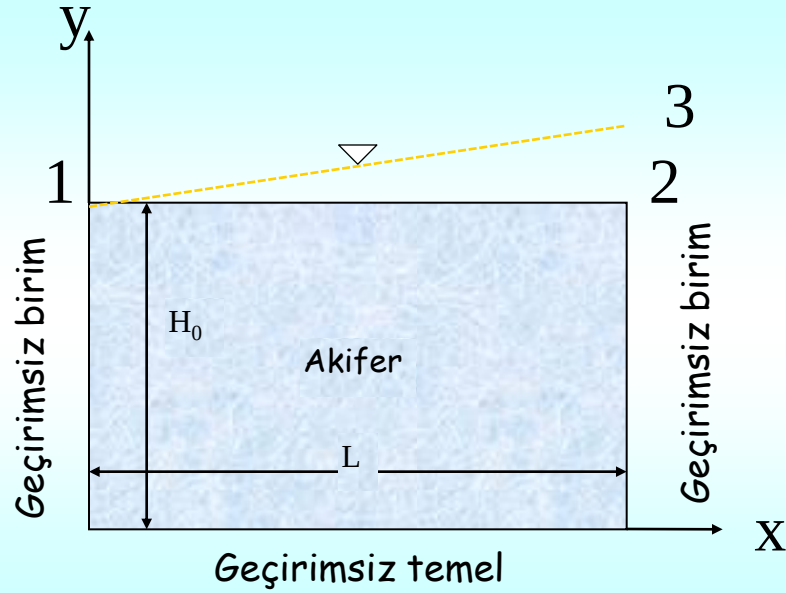
D5 Hücresi için denklem **=(D4+C5+D6+E5)/4**

E6 Hücresi için denklem **=(E5+D6+E7+F6)/4**



<i>Satır/Süt un</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>4</i>	<i>8.55</i>	<i>8.75</i>	<i>9.05</i>	<i>9.25</i>
<i>5</i>	<i>7.75</i>	<i>8.24</i>	<i>8.64</i>	<i>9.01</i>
<i>6</i>	<i>7.33</i>	<i>7.84</i>	<i>8.24</i>	<i>8.44</i>
<i>7</i>	<i>7.01</i>	<i>7.54</i>	<i>8.05</i>	<i>8.21</i>

Kararlı Akım Koşullarında Yeraltısuyu Akımının Matematiksel Modeli



$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

$$0 \leq x \leq L \quad H(x, y_0) = H_0 + s_0 x$$

Alt

$$0 \leq x \leq L \quad \left. \frac{\partial H}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Sol

$$0 \leq y \leq H_0$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

Sağ

$$0 \leq y \leq H_0$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=L} = 0$$

Laplace Denklemi/Gauss-Seidel/ 11 x 6 aktif hücre

SABİTLER

Ho

50

Eğim

0.05

Uzunluk

100

dxx

10

Uzunluk/dxx eşitliğini

değiştirmeyiniz!!!

Dirichleht sınır
koşulu

Akımın olmadığı sınır koşulu (no-
flow boundary)

Sanal hücre (bu hücreler için sol,sağ ve alt
hücrelerdeki eşitliklere bakınız)

Akım alanı
içindeki hücre

i=0	i=1	i=2	...	i=6							i=11		i=12
	50.0	50.5	51.0	51.5	52.0	52.5	53.0	53.5	54.0	54.5	55.0	j=1	
50.98	50.80	50.98	51.30	51.68	52.08	52.50	52.92	53.32	53.70	54.02	54.20	54.02	j=2
51.33	51.24	51.33	51.54	51.83	52.15	52.50	52.85	53.17	53.46	53.67	53.76	53.67	j=3
51.55	51.49	51.55	51.71	51.94	52.21	52.50	52.79	53.06	53.29	53.45	53.51	53.45	j=4
51.67	51.63	51.67	51.80	52.00	52.24	52.50	52.76	53.00	53.20	53.33	53.37	53.33	j=5
51.71	51.67	51.71	51.84	52.02	52.25	52.50	52.75	52.98	53.16	53.29	53.33	53.29	j=6
	51.63	51.67	51.80	52.00	52.24	52.50	52.76	53.00	53.20	53.33	53.37	Sanal sıtr	
Not! (6,j) hücreleri için analitik çözüm						52.50	bütün j=1..11 için						
Hesaplanan ortalama						52.50							
Hata						0.00							